

Aufgabenblatt 9: Abgabe 09.06.2026

9.1 δ -Potential

Extrem kurzreichweitige Kräfte werden in der Quantenmechanik oft durch ein Potential beschrieben, das die folgende Form

$$V(x) = \alpha \delta(x) \quad (1)$$

besitzt. α ist dabei eine reelle Konstante.

- Leiten Sie die Stetigkeitsbedingungen für die Wellenfunktion bei $x = 0$ her, indem Sie über ein kleines Intervall um Null integrieren und anschließend die Intervalllänge gegen Null gehen lassen.
- Bestimmen Sie für $\alpha > 0$ den Transmissions- und den Reflexionskoeffizienten, also T und R , für eine von links einlaufende ebene Welle.
- Bestimmen Sie alle gebundenen Zustände sowie die zugehörigen Energieeigenwerte für $\alpha < 0$.

9.2 Potentialtopf

Ein eindimensionaler Rechteckpotentialtopf der Tiefe U habe eine Breite von 1 \AA . Innerhalb welcher Schranken für U (in eV) existieren genau zwei gebundene Zustände? Die Masse der betrachteten Teilchen entspreche der Elektronenmasse.

9.3 Dichteoperator

In der Vorlesung hatten wir die Zeitentwicklung von

$$\langle \Psi(t) | x \rangle \langle x | \Psi(t) \rangle \quad (2)$$

betrachtet. Die führte für Hamiltonoperatoren, die auf Funktionen über dem Ort oder Impuls wirken, zur Kontinuitätsgleichung.

Jetzt wollen wir diese Relation noch einmal allgemein betrachten. Es sei

$$\underline{\rho}(t) = |\Psi(t)\rangle \langle \Psi(t)| . \quad (3)$$

Untersuchen Sie

$$\frac{d}{dt} \underline{\rho}(t) \quad (4)$$

und leiten Sie eine rechte Seite ab, in der nur noch $\underline{\rho}(t)$ und \underline{H} vorkommen. Das ist die von-Neumann-Gleichung.

Die von-Neumann-Gleichung gilt auch für allgemeinere Formen von $\underline{\rho}(t)$ als (3).