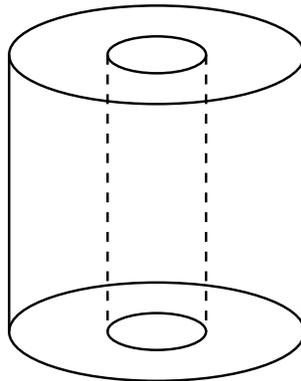


Universität Bielefeld Fakultät für Physik Wintersemester	Vertiefung der klassischen Mechanik und Elektrodynamik 2024	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de 6193, E5-120
--	---	---

Aufgabenblatt 14

14.1 Magnetische Induktion eines Hohlleiters



Ein unendlich langer Hohlzylinder mit Innenradius R_1 und Außenradius $R_2 > R_1$ wird homogen vom Strom I durchflossen.

- Begründen Sie ohne Rechnung, in welche Richtung die magnetische Induktion \vec{B} zeigt und von welchen Variablen der Betrag von \vec{B} abhängt (3 P.).
- Berechnen Sie die magnetische Induktion \vec{B} im ganzen Raum mit Hilfe des vierten Maxwell'schen Gesetzes (5 P.).
- Skizzieren Sie $|\vec{B}|$ als Funktion des Abstands von der z -Achse, die im Zentrum des Hohlleiters verlaufen soll (2 P.).

14.2 Polarisierte Wellen

Eine zirkular polarisierte monochromatische Welle im Vakuum ($\rho = 0, \vec{j} = 0$) werde durch das Feld

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E \begin{pmatrix} \cos(kz - \omega t) \\ \sin(kz - \omega t) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

beschrieben.

- Berechnen Sie mit Hilfe der dritten Maxwell-Gleichung die zugehörige magnetische Induktion \vec{B} (2 P.).

- b. Stellen Sie $\vec{E}(\vec{r}, t)$ aus (1) graphisch dar. Überlegen Sie, wie man das geschickt machen könnte (1 P.).
- c. Das zirkular polarisierte Licht (in diesem Fall E-Feld) kann man sich aus zwei linear polarisierten Anteilen zusammengesetzt denken. Welche sind das (z.B.) in diesem Fall (2 P.)?
- d. Ein Polarisator (Polarisationsfilter) lässt nur Licht einer bestimmten linearen Polarisation durch. So kann ein x -Polarisator nur von in x -Richtung polarisiertem Licht passiert werden. Welcher Anteil des \vec{E} -Feldes (1) passiert einen x -Polarisator? Auf welchen Anteil verglichen mit (1) sinkt der Betrag des zeitgemittelten Poynting-Vektors ab? Überlegen Sie sich, wie man die Zeitmittelung durchführen könnte. Der eigentliche Gag ist, dass man das dann gar nicht im Detail braucht (2 P.).
- e. Nachdem das Licht einen x -Polarisator passiert hat, enthält es keinen Anteil in y -Richtung mehr. Man könnte das überprüfen, indem man das Licht auf einen y -Polarisator fallen lässt. Was aber passiert, wenn man das Licht, das den x -Polarisator passiert hat, erst auf einen unter 45° in der $x - y$ -Ebene gedrehten Polarisator fallen lässt und dann auf einen y -Polarisator? Erklären Sie (3 P.)!

14.3 Mathematische Fingerübungen III

Die folgenden Rechnungen werden Sie bei der Behandlung von Feldern immer wieder brauchen.

- a. Nehmen Sie an, Sie haben eine Funktion $f(x)$. Für die Funktion $g(x)$ gelte

$$g(x) = f(x - a) . \quad (2)$$

a ist dabei eine beliebige Konstante. Beschreiben Sie verbal, wie sich die Funktionen zueinander verhalten. Skizzieren Sie dazu ein Beispiel.

- b. Schreiben Sie jetzt die rechte Seite als Taylorreihe in a und verwenden Sie, dass

$$\frac{\partial}{\partial x} f = -\frac{\partial}{\partial a} f . \quad (3)$$

- c. Begründen Sie, dass man diese Reihe wie folgt zusammenfassen kann

$$g(x) = \exp \left[-a \frac{\partial}{\partial x} \right] f(x) . \quad (4)$$

Wie könnte man $\exp \left[-a \frac{\partial}{\partial x} \right]$ nennen?

- d. Wie denken Sie sieht die dreidimensionale Verallgemeinerung für

$$g(\vec{x}) = f(\vec{x} - \vec{a}) \quad (5)$$

aus?