

Universität Bielefeld Fakultät für Physik Wintersemester	Vertiefung der klassischen Mechanik und Elektrodynamik 2024	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de 6193, E5-120
--	---	---

Aufgabenblatt 12

12.1 Spiegelladungsmethode: relaxierende Bildladung

Für diese Aufgabe gibt es null Punkte. Alle erreichten Punkte zählen als Zusatzpunkte, mit denen Sie einen eventuellen Rückstand aufarbeiten können.

Im dreidimensionalen Raum (kartesische Koordinaten x, y, z) sei der Halbraum $x \leq 0$ metallisch, der Halbraum $x > 0$ sei Vakuum. Eine Punktladung bei $a > 0$ auf der x -Achse influenziere auf der Grenzfläche eine Ladungsverteilung, die für $x > 0$ dasselbe elektrische Feld erzeugt wie eine Punktladung $-q$ bei $b < 0$ auf der x -Achse.

a und b können zeitabhängig sein, und es gelte die Relaxatorgleichung mit einer Zeitkonstanten τ :

$$\dot{b}(t) = -\frac{1}{\tau} (b(t) + a(t)) . \quad (1)$$

- a. Wiederholen Sie die Lösung des Relaxators

$$\dot{v}(t) + \frac{1}{\tau} v(t) = f(t) , \quad (2)$$

die Sie sich mit Ihren Kenntnissen aus der Mechanik erarbeiten können.

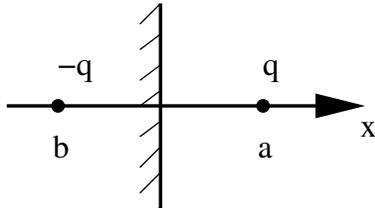
Ein möglicher Lösungsweg führt über die Betrachtung von

$$\frac{d}{dt} (e^{t/\tau} v(t)) \quad (3)$$

und anschließender Trennung der Variablen. Das Ergebnis für $v(t)$ kann als Integral (Faltung) von $f(t)$ geschrieben werden. Geben Sie das Ergebnis für $v(t)$ an (3 ZP.).

- b. Es sei $a(t) = a_0 + \alpha \sin(\omega t)$ als erzwungene Schwingung vorgegeben. Man gebe dazu die eingeschwungene Antwort $b(t)$ für große Zeiten an. Hinweis: Bei einer eingeschwungenen Antwort sind alle (exponentiell) abklingenden Terme auf Null abgefallen (3 ZP.).
- c. Mit diesem Ergebnis gebe man die Coulombkraft zwischen q und $-q$ an. Die nachfolgende Rechnung kann analytisch durchgeführt werden, wenn man die Taylorentwicklung der Kraft bis zur ersten Ordnung in α/a_0 verwendet (2 ZP.).
- d. Welche Energie wird dann bei einem Schwingungszyklus der Punktladung q durch die Coulombwechselwirkung übertragen (1 ZP.)?

- e. Überlegen Sie, warum man überhaupt eine Relaxatorgleichung für diesen Prozess ansetzt und warum Energie übertragen wird. Wo geht diese Energie hin? Wo kommt Sie her (1 ZP.)?



12.2 Selbststudium: Überprüfung Ihres Lernstandes

Beantworten Sie die folgenden Fragen ohne Hilfsmittel. Dies dient Ihrer Selbstüberprüfung. Dieser Zettel wird nicht von den Tutoren vorgerechnet. Sie können die Tutoren aber gern fragen, wenn Sie irgendwo nicht sicher sind.

- Wie lauten die Newtonschen Axiome?
- Wie ist der Zusammenhang zwischen Kraft und Potential für konservative Systeme?
- Wie lautet die Lagrangefunktion für konservative Systeme?
- Wie lautet die kinetische Energie eines Teilchens in kartesischen und wie in Zylinderkoordinaten?
- Wie lauten die Euler-Lagrange-Gleichungen?
- Welche Differentialgleichung definiert den harmonischen Oszillator?
- Mit welchem Ansatz kann man alle Differentialgleichungen der Form

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega^2x = 0 \quad (4)$$

lösen und welche Gleichung erhält man aus dem Ansatz?

- Wie lautet der Gaußsche Satz?
- Wie lautet der Stokessche Satz?
- Wie lauten die Maxwell'schen Gleichungen?

Ich wünsche Ihnen frohe Weihnachten und ein gesegnetes und erfolgreiches Neues Jahr!