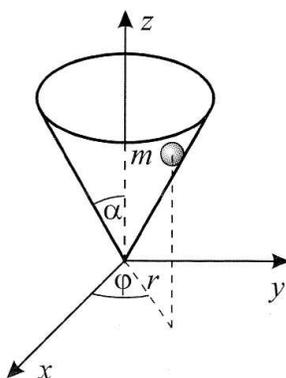


| | | |
|--|---|---|
| Universität Bielefeld Fakultät für Physik Wintersemester | Vertiefung der klassischen Mechanik und Elektrodynamik 2024 | Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de 6193, E5-120 |
|--|---|---|

Aufgabenblatt 6

6.1 Teilchen in Kreiskegel

Eine Punktmasse m gleitet unter dem Einfluss der Schwerkraft reibungsfrei auf der Innenseite eines Kreiskegels (Schultüte).



- Stellen Sie die Lagrangefunktion in Zylinderkoordinaten auf. Nutzen die Zwangsbedingung zur Eliminierung der z -Koordinate.
- Leiten Sie die Bewegungsgleichungen ab.
- Es gibt zwei Erhaltungsgrößen in diesem Problem. Welche sind das?
- Wie lautet das Integral für $r(t)$ und wie das für $\phi(t)$ unter Verwendung der Erhaltungsgrößen? Die Integrale brauchen nicht berechnet zu werden.
- Was denken Sie, wie die Bewegung aussieht? Beschreiben Sie die Bewegung.

Dies ist eine gute Gelegenheit, ein gutes Buch zu Rate zu ziehen.

6.2 Gekoppelte harmonische Oszillatoren II

N identische harmonische Oszillatoren der Masse m seien in einer Kette mit der Federkonstanten k aneinander harmonisch gekoppelt. Die erste und die letzte Masse sind mit den gleichen Federn mit statischen Wänden verbunden. Die Schwingungen erfolgen alle entlang einer Geraden, d.h. in einer Dimension.

- a. Erstellen Sie eine Skizze des Aufbaus. Benennen Sie die Auslenkungen der Massen m aus ihren Ruhelagen mit $q_1 \dots q_N$. Stellen Sie die gekoppelten Bewegungsgleichungen für $q_1 \dots q_N$ auf.
- b. Diese Bewegungsgleichungen kann man vektoriell schreiben. Führen Sie dazu den Vektor $\vec{q} = (q_1, q_2, \dots, q_N)$ ein. Auf der rechten Seite taucht dann eine Matrix auf.
- c. Wie kann man jetzt auf die Lösung kommen? Gehen Sie mit einem Exponentialansatz der Form $\vec{q} = \vec{Q} \exp\{i\Omega t\}$ in die DGL. Was für eine Gleichung erhalten Sie? Denken Sie an Lineare Algebra.
- d. Bestimmen Sie für $N = 2$ und $N = 3$ die Eigenfrequenzen und skizzieren Sie die Normalmoden. Die Lösung für $N = 2$ können Sie mit einem früheren Zettel vergleichen.
- e. Wie lautet die Matrix aus b für beliebige N ?