

Universität Bielefeld Fakultät für Physik Wintersemester	Vertiefung der klassischen Mechanik und Elektrodynamik 2024/2025	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de 6193, E5-120
--	--	---

**Bitte jede Aufgabe 1, 2.1, 2.2, 2.3 auf einem neuen Blatt beginnen. Bitte immer Gegeben, Gesucht und kurze Begründung angeben. Skizze, wenn hilfreich. Ein Leser muss Ihre Lösung verstehen können.**

**Vorname und Name auf den Blättern jeweils nicht vergessen.**

## 1 Wissen (57 P.)

- Geben Sie die Lagrangefunktion eines konservativen Systems sowie die Euler-Lagrange-Gleichungen allgemein an (3 P.). Benennen Sie die auftretenden Größen (3 P.).
- Geben Sie die Lagrangefunktionen für folgende drei Systeme an: freie Bewegung eines Massepunktes in drei Raumdimensionen, ein harmonischer Oszillator in zwei Raumdimensionen und  $N$  Massen in drei Raumdimensionen, die mittels eines Zweiteilchenpotentials miteinander wechselwirken (6 P.).
- Wir betrachten ein System aus lediglich zwei Massen, die gravitativ miteinander wechselwirken. Welche Erhaltungsgrößen gibt es für solch ein System und was folgt daraus? Begründen Sie jeweils kurz (8 P. + 2 mögliche Zusatzpunkte).
- Geben Sie die vier makroskopischen Maxwell-Gleichungen, d.h., die Maxwell-Gleichungen in Materie, an. Benennen Sie alle Felder und geben Sie die beiden Relationen für die Hilfsfelder an (12 P.).
- Wie lautet die Integralgleichung für das elektrische Potential als Funktion der Ladungsdichte in der Elektrostatik und wie die Integralgleichung für das Vektorpotential als Funktion der Stromdichte in der Magnetostatik (6 P.)?
- Berechnen Sie mit ein paar Zwischenschritten (6 P.)

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \cdot \vec{r} = ? \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \frac{1}{r} = ? . \quad (2)$$

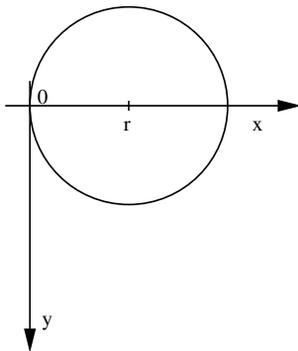
- Formen Sie unter Zuhilfenahme einer Maxwell-Gleichung um (3 P.)

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \times \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \times \vec{B} = ? . \quad (3)$$

- h. Geben Sie die Formel für die Zeitdilatation an (2). Was muss für die Bestimmung gelten (2)? Geben Sie die Formel für die Längenkontraktion an (2). Was muss für die Bestimmung gelten (2)? Welche Rolle spielt die Zeitdilatation bei atmosphärischen Myonen (2)?

## 2 Können

### 2.1 Ringbahn (20 P.)



Eine Perle der Masse  $m$  bewege sich reibungsfrei unter dem Einfluß der Schwerkraft  $\vec{g} = g\vec{e}_y$  auf einer ringförmigen Bahn.

- Stellen Sie die Lagrangefunktion auf. Verwenden Sie dazu eine geeignete verallgemeinerte Koordinate (4 P).
- Stellen Sie die Euler-Lagrange-Gleichung auf und leiten Sie die Bewegungsgleichung für die verallgemeinerte Koordinate her (6 P).
- Die Perle ruhe zur Zeit  $t = 0$  im Koordinatenursprung. In welcher Zeit durchläuft sie den unteren Halbkreis, wenn dieser den Radius  $r = 1$  m hat? Beschreiben Sie, wie sie diese Zeit ermittelt haben (10 P.).

Sie können dabei das folgende Integral verwenden

$$\int_0^\pi dt \frac{1}{\sqrt{\sin(t)}} \approx 5.24 \quad (4)$$

und brauchen das Ergebnis nur grob auszurechnen.

## 2.2 Potential und elektrische Feldstärke einer Linienladung (20 P.)

Auf dem Abschnitt der  $z$ -Achse  $-l \leq z \leq l$  sitze eine konstante Linienladungsdichte  $\gamma$ . Es seien  $r, \phi, z$  die üblichen Zylinderkoordinaten. Man gebe die  $z$ -Koordinate und die  $r$ -Koordinate der elektrischen Feldstärke formelmäßig an.

Hinweis 1: Man schreibe die Integraldarstellung des elektrostatischen Potentials so um, dass die Koordinaten, nach denen zu differenzieren ist, in den Integrationsgrenzen stehen.

Hinweis 2:  $r$  ist hier nicht der Betrag von  $\vec{r}$  (Zylinderkoordinaten)! Die sonst übliche Bezeichnung als  $\rho$  verbietet sich in der Elektrodynamik aus offensichtlichen Gründen leider auch. Sie könnten diese Zylinderkoordinate auch  $r_{\perp}$  nennen.

## 2.3 Radioaktiver Zerfall (20 P.)

Wir betrachten den radioaktiven Zerfall einer Substanz mit der Halbwertszeit von  $60 \mu\text{s}$ . Der Begriff Halbwertszeit bezieht sich stets auf das Ruhesystem der zerfallenden Substanz. Ein Beobachter fliege mit einer Geschwindigkeit  $v = 0.6 c$  an der Substanz vorbei.

- a. Begründen und berechnen Sie mit ein paar Schritten, nach welcher Zeit für ihn die Hälfte der Substanz zerfallen ist (10 P.)?
- b. Begründen und berechnen Sie mit ein paar Schritten, welchen Weg die Substanz dabei in seinem Bezugssystem zurückgelegt hat (10 P.)?

Sie benötigen keinen Taschenrechner. Machen Sie eine vernünftige Annahme für die Lichtgeschwindigkeit.

**Es können 117 Punkte erreicht werden.**

## **Noten**

- $0 \leq P \leq 50 \Rightarrow 5.0$
- $51 \leq P \leq 55 \Rightarrow 4.0$
- $56 \leq P \leq 60 \Rightarrow 3.7$
- $61 \leq P \leq 65 \Rightarrow 3.3$
- $66 \leq P \leq 70 \Rightarrow 3.0$
- $71 \leq P \leq 75 \Rightarrow 2.7$
- $76 \leq P \leq 80 \Rightarrow 2.3$
- $81 \leq P \leq 85 \Rightarrow 2.0$
- $86 \leq P \leq 90 \Rightarrow 1.7$
- $91 \leq P \leq 95 \Rightarrow 1.3$
- $96 \leq P \leq \infty \Rightarrow 1.0$