

Universität Bielefeld Fakultät für Physik Sommersemester	Einführung in die klassische Mechanik und Elektrodynamik 2024	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de 6193, E5-120
--	---	---

Aufgabenblatt 8

8.1 Mathematische Fingerübungen

Die folgenden Relationen sind oft wichtige Hilfsmittel.

a. Zeigen Sie (2 P.)

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}} f(r) = \frac{\vec{r}}{r} \frac{\partial}{\partial r} f(r). \quad (1)$$

b. Zeigen Sie

$$\frac{\partial^2}{\partial \vec{r}^2} \frac{1}{r} = -4\pi\delta(\vec{r}). \quad (2)$$

Gehen Sie dabei so vor, dass Sie zum einen zeigen, dass das Volumenintegral von $\Delta_r \frac{1}{r}$ gleich -4π ist und dass zum anderen $\Delta_r \frac{1}{r}$ gleich Null ist für $r \neq 0$ (3 P.).

c. Es sei

$$f(x, a) = g(x - a). \quad (3)$$

Zeigen Sie, dass (1 P.)

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, a) = -\frac{\partial}{\partial a} f(x, a). \quad (4)$$

d. Geben Sie die Taylorreihe für die Entwicklung einer beliebigen Funktion $f(x)$ um $x = x_0$ an (1 P.).

e. Es sei jetzt wieder

$$f(x, a) = g(x - a). \quad (5)$$

Geben Sie die Taylorreihe für die Entwicklung von $f(x, a)$ um $a = 0$ an. Schreiben Sie am Ende die Ableitungen nach a in Ableitungen nach x um (3 P.).

8.2 Lenz-Vektor

Der Lenzsche Vektor kann wie folgt definiert werden

$$\vec{A} = \dot{\vec{r}} \times \vec{L} + V(r)\vec{r} . \quad (6)$$

- a. Berechnen Sie die Zeitableitung des Lenz-Vektors. Nutzen Sie dabei die Drehimpulserhaltung und schreiben Sie $\ddot{\vec{r}}$ mit Hilfe des Potentials um.
- b. Für welche Potentialformen ist der Lenz-Vektor eine Erhaltungsgröße?
- c. Berechnen Sie den Betrag von \vec{A} .
- d. Wohin zeigt der Lenz-Vektor für $V(r) \propto 1/r$? Fertigen Sie eine Skizze an.