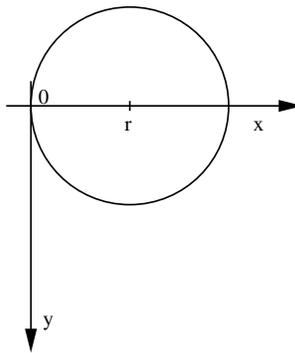


Universität Bielefeld Fakultät für Physik Sommersemester	Einführung in die klassische Mechanik und Elektrodynamik 2024	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de 6193, E5-120
--	---	---

Aufgabenblatt 7

7.1 Ringbahn



Eine Perle der Masse m bewege sich reibungsfrei unter dem Einfluß der Schwerkraft $\vec{g} = g\vec{e}_y$ auf einer ringförmigen Bahn.

- Stellen Sie die Lagrangefunktion auf. Verwenden Sie dazu eine geeignete verallgemeinerte Koordinate (2 P).
- Stellen Sie die Euler-Lagrange-Gleichung auf und leiten Sie die Bewegungsgleichung für die verallgemeinerte Koordinate her (3 P).
- Die Perle ruhe zur Zeit $t = 0$ im Koordinatenursprung. In welcher Zeit durchläuft sie den unteren Halbkreis, wenn dieser den Radius $r = 1$ m hat? Beschreiben Sie, wie sie diese Zeit ermittelt haben (5 P).

7.2 Lagrangefunktion und Euler-Lagrange-Gleichung

- a. Geben Sie die Lagrangefunktion eines isotropen dreidimensionalen harmonischen Oszillators und die zugehörigen Euler-Lagrange-Gleichungen in kartesischen Koordinaten an. Leiten Sie die zugehörigen Bewegungsgleichungen (Differentialgleichungen) ab.
- b. Geben Sie die Lagrangefunktion eines isotropen dreidimensionalen harmonischen Oszillators und die zugehörigen Euler-Lagrange-Gleichungen in Kugelkoordinaten an. Gibt es eine zyklische Koordinate? Wenn ja, geben Sie diese an. Leiten Sie die zugehörigen Bewegungsgleichungen (Differentialgleichungen) ab.
- c. Geben Sie die Lagrangefunktion und die zugehörigen Euler-Lagrange-Gleichungen für die Bewegung einer Masse im homogenen Schwerfeld an der Erdoberfläche an. Leiten Sie die zugehörigen Bewegungsgleichungen (Differentialgleichungen) ab.

7.3 Klausurvorbereitung

- a. Wie lauten die Newtonschen Axiome?
- b. Wie lauten die allgemeinen Lösungen der folgenden Differentialgleichungen

$$\ddot{x} = a = \text{const} , \quad (1)$$

$$\dot{x} + \gamma x = 0 , \quad (2)$$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 ? \quad (3)$$

- c. Kommt eine Masse nach dieser Differentialgleichung in endlicher Zeit zur Ruhe

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} = 0 ? \quad (4)$$

- d. Wie lautet der Impuls in der Newtonschen Mechanik, und wie lautet der verallgemeinerte Impuls zur generalisierten Koordinate q im Lagrange-Formalismus?