

Aufgabenblatt 3

3.1 Wirkungsgrad des Otto-Motors

Ein Viertakt-Otto-Motor arbeitet nicht als Carnot-Maschine, sondern er hat einen anderen Zyklus, bei dem keine Isothermen sondern Isochoren vorkommen, siehe Abbildung 1.

- a. Zeigen Sie, dass der Wirkungsgrad des Otto-Motors

$$\eta = 1 - r^{1-\gamma} \quad (1)$$

ist. Dabei ist $r = V_1/V_2$ die sogenannte Kompression (Verdichtung) und $\gamma = C_p/C_V$. Nehmen Sie an, dass das Arbeitsmedium in guter Näherung ein ideales Gas ist.

- b. Diskutieren Sie die Rolle der Verdichtung für den Wirkungsgrad.

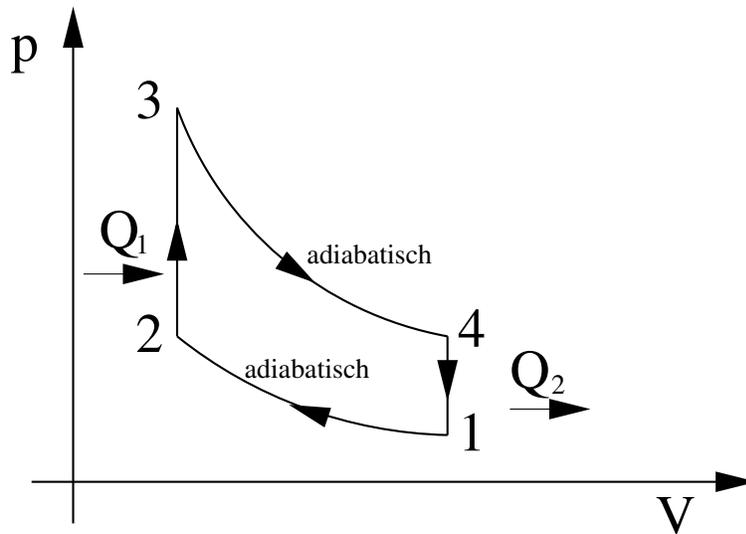


Abbildung 1: Zyklus eines Otto-Motors aus adiabatischer Kompression ($1 \Rightarrow 2$), isochorer Erwärmung ($2 \Rightarrow 3$), adiabatischer Expansion ($3 \Rightarrow 4$) und isochorer Abkühlung ($4 \Rightarrow 1$).

3.2 Ableitungen von C_V und C_p

a. Zeigen Sie, dass C_V und C_p wie folgt geschrieben werden können:

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V, \quad (2)$$

$$C_p = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_p = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p. \quad (3)$$

b. Zeigen Sie, dass für die Ableitungen gilt

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_V, \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial C_p}{\partial p} \right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2} \right)_p. \quad (5)$$

Nutzen Sie dabei z.B.

$$\left(\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p \right)_T = \left(\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T \right)_p. \quad (6)$$

3.3 Adiabaten des idealen Gases

Leiten Sie die Zustandsgleichungen für die Adiabaten des idealen Gases her. Nutzen Sie dabei

$$U = \frac{3}{2} N k_B T \quad (7)$$

und

$$pV = N k_B T \quad (8)$$

sowie den ersten Hauptsatz für adiabatische Prozesse.