Universität Bielefeld	Theoretische Physik III	Prof. Dr. Jürgen Schnack
Fakultät für Physik	WS 2023/2024	jschnack@uni-bielefeld.de

Aufgabenblatt 2

2.1 Wärmekapazität von Gasen

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik lässt sich im Falle von Volumenarbeit $\delta W = -p \mathrm{d} V$ wie folgt konkretisieren

$$dU = \delta Q - pdV. (1)$$

Für die innere Energie nehmen wir im Folgenden an, dass sie als eine Funktion von Temperatur und Volumen dargestellt werden kann, d.h. U = U(T, V).

- a. Wie lautet das totale Differential von U = U(T, V)?
- b. Setzen Sie das totale Differential von U in den ersten Hauptsatz, Gleichung (1) ein, stellen Sie nach δQ um und "teilen" Sie durch dT. Was erhalten Sie für

$$C = \left(\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}\right)? \tag{2}$$

c. Hält man bei der Bestimmung der Wärmekapazität das Volumen konstant (isochor), so erhält man

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}\right)_V . \tag{3}$$

Leiten Sie diese Größe her.

d. Die entsprechende Größe bei konstantem Druck (isobar) heißt

$$C_p = \left(\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}\right)_p. \tag{4}$$

Was erhalten Sie dafür?

e. Für das ideale Gas sind die innere Energie sowie der Zusammenhang zwischen p, V und T für einatomige Gase aus der Vorlesung bekannt. Bestimmen Sie C_V und C_p für diesen Spezialfall. Ermitteln Sie ebenfalls die Größe

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} \,, \tag{5}$$

die auch adiabatischer Exponent bzw. Index genannt wird.

2.2 Relationen partieller Ableitungen

Wir nehmen an, dass die beteiligten Funktionen "hinreichend gutartig" seien.

a. Zeigen Sie, dass

$$\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y = \frac{1}{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y}.$$
 (6)

b. Zeigen Sie, dass

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1. \tag{7}$$

Sie können beide Aussagen dadurch beweisen, dass Sie jeweils annehmen, man könne x als Funktion von y und z auffassen, y als Funktion von x und z sowie z als Funktion von x und y. Schreiben Sie die totalen Differentiale hin und kombinieren Sie diese geschickt.

c. Beweisen Sie mit den gefundenen Indentitäten, dass

$$\frac{\kappa_T}{\kappa_S} = \frac{C_p}{C_V} \tag{8}$$

mit

$$\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T, \kappa_S = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_S, C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V, C_p = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p.$$

2.3 Das muss Liebe sein!

Ein Mann möchte seiner Frau einen Kaffee kochen. Leider gab es einen Stromausfall. Der Mann entscheidet sich, das Wasser in der Thermoskanne durch Schütteln zum Kochen zu bringen. Er füllt 100 ml Wasser von 15°C in die Thermoskanne. Bei jedem Schüttelvorgang fällt das Wasser 30 cm tief, wobei sich die potentielle Energie in Wärme umwandelt. Der Mann schüttelt 30 mal in der Minute. Wie lange muss er die Thermoskanne schütteln, um 100°C zu erreichen? Hängt die Zeit überhaupt von der Wassermenge ab?

2.4 Zwei Grad

Machen Sie sich Gedanken zu dem in der Anlage dargestellten Problem. Schreiben Sie Ihre Hypothesen auf. Schicken Sie das pdf per Email an Ihren Tutor.

Ich würde mich wirklich sehr freuen, wenn Sie diese Aufgabe bearbeiten. Es gibt hier kein "richtig" oder "falsch". Mich würden Ihre Vorstellungen und Hypothesen interessieren.

Außerdem können Sie hier mit der Latex-Vorlage einer sehr wichtigen physikalischen Zeitschrift üben.