

---

Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Computerphysik SS 2023	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
--	---------------------------	---

---

## Aufgabenblatt 13

### 13.1 Zusatzaufgabe: Runge-Kutta-Integration (Abgabe 10.07.2023)

In dieser Aufgabe sollen die Bewegungsgleichungen zweier harmonisch gekoppelter harmonischer Oszillatoren numerisch aufintegriert werden.

1. Aufwärmübung: Schreiben Sie ein kleines Eulerprogramm für den freien Fall mit  $g = 9,81\text{m/s}^2$ . Vergleichen Sie mit der Ihnen bekannten exakten Lösung. Nehmen Sie auch noch den modifizierten Euler dazu.
2. Vorüberlegungen: Wie lautet die Hamilton-Funktion zweier harmonisch gekoppelter harmonischer Oszillatoren? Stellen Sie die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen auf und schreiben Sie diese als eine Vektorgleichung.
3. Die Parameter dieser Aufgabe entnehmen Sie bitte dem Mathematica-Notebook `Vorlesung-21-DGL-H0.nb`.
4. Schreiben Sie ein Programm in einer Programmiersprache Ihrer Wahl, das eine Runge-Kutta-Integration vierter Ordnung durchführt.
5. Berechnen Sie die Zeitentwicklung für den gleichen Zeitraum wie im Mathematica-Notebook. Probieren Sie verschiedene Schrittweiten aus. Stellen Sie die Zeitentwicklung graphisch dar und vergleichen Sie Ihre Lösungen für verschiedene Schrittweiten mit der des Mathematica-Notebooks.
6. Es gibt unterschiedliche Methoden der Qualitätskontrolle. Eine besteht darin, eine Erhaltungsgröße zu protokollieren. In diesem Beispiel bietet sich dafür die Gesamtenergie an. Berechnen Sie nach jedem Zeitschritt die Gesamtenergie und untersuchen Sie deren Erhaltung für verschiedene Schrittweiten.