
Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Computerphysik SS 2023	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
--	---------------------------	---

Aufgabenblatt 10

10.1 Shift-Register-Generator (Abgabe 19.06.2023)

Untersuchen Sie den in der Vorlesung „erfundenen“ Shift-Register-Generator. Er war für Bits x_k wie folgt definiert:

$$x_k = x_{k-p} \text{ XOR } x_{k-p+q}, \quad (1)$$

mit $p = 10$ und $q = 3$. Die Anfangswerte waren

$$x_1, \dots, x_{10} = 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0. \quad (2)$$

1. Schreiben Sie ein Programm in einer Hochsprache Ihrer Wahl (C, Fortran, Python, Julia, ...), das weitere Bits entsprechend der Regel (1) generiert. Bei C und Python können Sie dazu den Operator \wedge verwenden, der für zwei Integer bitweise eine XOR-Operation durchführt. Dazu kann jedes Bit durch einen Integer repräsentiert werden. Sie können selbstverständlich auch bit-shift-Operationen verwenden.
2. Dieser Generator hat eine Periode, die nicht sehr groß ist. Finden Sie diese heraus.
3. Generieren Sie aus diesen Bits zuerst natürliche Zahlen I_k von 10 Bit Länge und anschließend rationale Zahlen R_k :

$$I_k = \sum_{i=0}^9 x_{k-i} 2^i, \quad k \geq 10; \quad (3)$$

$$R_k = \frac{I_k}{2^{10}}. \quad (4)$$

Welchen Wertebereich haben die erzeugten rationalen Zufallszahlen R_k ?

Tragen Sie die rationalen Zufallszahlen als Paare in zwei Dimensionen graphisch auf. Lassen sich mit dem bloßen Auge Korrelationen erkennen?

4. Erzeugen Sie zum Vergleich Zufallszahlen mit einem professionellen Zufallszahlen-generator, wie z.B. dem „Mersenne-Twister“ oder dem „PCG64“ und tragen Sie auch diese zum Vergleich in zwei Dimensionen graphisch auf.

10.2 Metropolis-Algorithmus

Schauen Sie sich das Mathematica-Notebook zum Ising-Modell in zwei Dimensionen an und versuchen Sie zu verstehen, wie es funktioniert. Vergrößern Sie das System und schauen Sie sich die Magnetisierungskurve an. Können Sie da eine systematische Änderung feststellen?

Formulieren Sie jetzt dieses Notebook um, so dass Sie damit eine eindimensionale Ising-Kette mit einer ferromagnetischen Wechselwirkung zwischen nächsten Nachbarn beschreiben. Berechnen Sie die Magnetisierungskurve. Was fällt Ihnen physikalisch auf?

10.3 Güte eines Zufallszahlengenerators

Erzeugen Sie mit einem selbst geschriebenen Programm Zufallszahlen mit einem professionellen Zufallszahlengenerator Ihrer Wahl, wie z.B. dem „Mersenne-Twister“, gern aber auch mit einem anderen Generator.

1. Untersuchen Sie, ob Ihr Generator eine Gleichverteilung produziert. Diskutieren Sie die Güte.
2. Untersuchen Sie Korrelatoren der folgenden Art:

$$c_k = \langle x_i x_{i-k} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=k+1}^{N+k} x_i x_{i-k} \quad (5)$$

für verschiedene $k = 1, 2, \dots, 5$ und tragen Sie diese graphisch gegen die Zahl der verwendeten Zufallszahlen auf. Gegen welche Werte müssen diese Korrelatoren gehen?