
Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Computerphysik SS 2023	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
--	---------------------------	---

Aufgabenblatt 2

2.1 Gleichverteilungssatz (Abgabe bis 24.04.2023 24.00 Uhr)

Laden Sie von meiner Webseite das 6. Mathematica Notebook namens `Vorlesung-06-klTD.nb` herunter und speichern Sie es unter `Vorlesung-06-Nachname-Vorname.nb` ab. Verwenden Sie keine Umlaute, d.h. ersetzen Sie diese entsprechend.

Es genügt, wenn Sie im Folgenden eine Raumdimension betrachten. Die Erweiterung auf mehrere Dimensionen ist offensichtlich.

- a. Wie lautet der Gleichverteilungssatz der klassischen Thermodynamik? Verwenden Sie auf keinen Fall das Wort `Freiheitsgrad`. Schreiben Sie den Gleichverteilungssatz als Text in Ihr Mathematica-Notebook. Setzen Sie die Fontgröße auf 36!
- b. Studieren Sie die zweite Hälfte des Notebooks, in dem der harmonische Oszillator behandelt wird. Hier sind – etwas lax – die Massen und Kreisfrequenzen einfach Eins gesetzt worden. Fügen Sie diese Größen an den richtigen Stellen ein. Hat das eine Auswirkung auf die innere Energie und die Wärmekapazität?
- c. Verändern Sie das Notebook, um zu untersuchen, wie ein Term der Form αx^4 zur inneren Energie beitragen würde. Ersetzen Sie dazu den Term proportional zu x^2 durch αx^4 . Was bekommen Sie heraus?
- d. Untersuchen Sie jetzt αx^6 . Als Physiker können Sie aus diesen Ergebnissen doch eiskalt darauf schließen, was für αx^{2n} mit $n \in \mathbf{N}$ herauskommt, oder? Man nennt das den verallgemeinerten Gleichverteilungssatz.
- e. **Zusatzaufgabe:** Untersuchen Sie den Fall αx^{2n} mit $n \in \mathbf{N}$ mit Ihrem Mathematica-Notebook. Bei Integrieren müssen Sie dem Programm helfen, z.B. mit
`Assumptions -> (Element[n, Integers] && n > 0 && Re[k_B*T] > 0)`
Hinweise: Die obige Hilfe für `Integrate` scheint nicht immer das gleiche und vor allem richtige Ergebnis zu produzieren. Verwenden Sie deshalb besser
`Assumptions -> {Elements[{m, k_B, \omega, T}, Reals], m > 0, k_B > 0, T > 0, \omega > 0}`

Zur Bearbeitung des Notebooks kann es günstig sein, wenn Sie unter Format das Screen Environment von SlideShow auf Working umstellen.

2.2 Primzahlen (bei Abgabe am 24.04.2023 bis zu 5 Zusatzpunkte)

Schreiben Sie ein kleines Mathematica-Notebook, das von 2 beginnend fortlaufend Primzahlen berechnet.

Wie lange braucht Ihr Programm, um alle Primzahlen bis $N = 60.000$ zu finden und wie lange bis $N = 600.000$? Wie lautet die größte Primzahl kleiner als 600.000?

Sie können den Mathematica-Befehl `Timing` zum Messen der Zeit verwenden.

2.3 Schräger Wurf

Ein Körper werde aus dem Ursprung mit der Geschwindigkeit $v = 10 \text{ m/s}$ unter dem Winkel α (gegen die Horizontale) abgeworfen. Auf ihn wirke die Schwerkraft.

- a. **Wiederholen Sie, wie die zugehörigen Differentialgleichungen für $x(t)$ und $y(t)$ aussehen und erklären Sie das dem Tutor.**
- b. Stellen Sie die Differentialgleichungen zusammen mit den Anfangsbedingungen in Mathematica auf und lösen Sie sie mit `DSolve`. Der Winkel α ist dabei ein noch offener Parameter der Anfangsbedingungen.
- c. Stellen Sie die Lösungen für $\alpha = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, \dots, 85^\circ$ in einem Plot graphisch dar und überprüfen Sie, ob unter diesen Lösungen die für $\alpha = 45^\circ$ wirklich die größte Weite erzielt. Im Plot-Befehl können Sie sehr kompakt eine Tabelle für die Lösungen mit unterschiedlichen Winkeln erzeugen. Sie können auch einen animierten Plot erzeugen, in dem die Lösungen mit Beschriftung durchlaufen.

Tipp: `ParametricPlot[Table[x[t], y[t]/.sol/.{\alpha->5.0*m*(2*Pi/360)}, {m,1,17}], {t,0,20}, Evaluated->True, ...]`

- d. **Zusatzaufgabe:** Wie verändern sich die Wurfbahnen, wenn Sie eine Reibungskraft der Form $-\gamma \dot{x}$ annehmen (Reibung nach Stokes)? Probieren Sie sinnvolle Werte für γ aus.