

Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Kernphysik WS 2022/2023	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
--	----------------------------	---

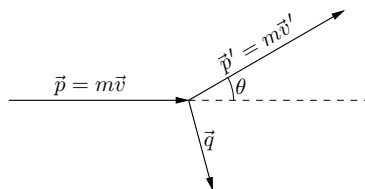
Aufgabenblatt 13

13.1 Wissen IV

- Stellen Sie die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung als Funktion der Radialkoordinate schematisch dar und erläutern Sie kurz ihre beiden wichtigen Anteile.
Stellen Sie ebenfalls die Radialabhängigkeit der Relativwellenfunktionen des Deuterons in derselben Graphik dar (eine Kurve genügt) und erläutern Sie kurz ihre beiden wichtigen Anteile.
- Was sind magische Zahlen?
- Skizzieren Sie den Aufbau eines Neutronensterns.
- Begründen Sie qualitativ, warum sich ein Neutronenstern mit so hoher Frequenz dreht.

13.2 Rutherfordsche Streuformel – Aufgabe von Nicolas Borghini – Zusatzpunkte

Zur Beschreibung einer Streuung wird oft der Impulsübertrag $\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}'$ eingeführt:



Zeigen Sie (Tipp: die Streuung ist elastisch!), dass eine andere Schreibweise der Rutherfordschen Streuformel (vgl. Aufgabe 9) lautet

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d^2\Omega} \right)_{\text{punkt}}(\vec{q}) = \frac{(2zZ\alpha\hbar mc)^2}{q^4}, \quad (1)$$

wobei $\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \simeq \frac{1}{137}$ die elektromagnetische Feinstrukturkonstante ist.

13.3 Eindimensionale Kerne – Die Hammeraufgabe zum Abschluss – Zusatzpunkte, ist ja klar!

In dieser Aufgabe soll exemplarisch erarbeitet werden, wie man Eigenzustände von Kernen berechnen kann. Dazu wird ein einfaches Zweiteilchenpotential, wie es aus den Arbeiten von Brink und Boeker bekannt ist, verwendet. Es hat die folgende Form:

$$V(x_{12}) = V_1 \exp \left[- \left(\frac{x_{12}}{r_1} \right)^2 \right] + V_2 \exp \left[- \left(\frac{x_{12}}{r_2} \right)^2 \right] . \quad (1)$$

Dabei ist x_{12} der Relativabstand. Die Konstanten seien wie folgt gewählt:

$$V_1 = 100 \text{ MeV} \quad (2)$$

$$r_1 = 0.7 \text{ fm} \quad (3)$$

$$V_2 = -50 \text{ MeV} \quad (4)$$

$$r_2 = 1.4 \text{ fm} . \quad (5)$$

Atomkerne sind selbstverständlich dreidimensionale Objekte. Durch die dann auftretenden Volumenintegrale würde die Aufgabe aber numerisch so aufwändig, dass Sie diese nicht mehr lösen könnten. Wer mag, kann es jedoch versuchen.

Die folgenden quantenmechanischen Rechnungen sollen in einer Raumdimension ausgeführt werden. Dafür steht Ihnen ein fertiges Mathematica-Notebook zur Verfügung.

- Stellen Sie das Potential graphisch dar und stellen Sie ebenfalls die beiden Anteile auf (2) in derselben Graphik dar.
- Überlegen Sie sich, wie man approximative Energieeigenwerte finden kann, wenn man als Einteilchenbasis die Eigenzustände eines eindimensionalen harmonischen Oszillators mit $\hbar\omega = 16 \text{ MeV}$ nutzt. Die Masse der Nukleonen sei $m = 939 \text{ MeV}/c^2$.
- Solange man nur unterscheidbare Nukleonen hat, also bei einigen sehr kleinen Kernen, kann man auf die Antisymmetrisierung verzichten und mit Produktzuständen rechnen. Beides ergibt das gleiche Ergebnis.

Dies ist (in guter Näherung) z.B. beim Deuteron der Fall, das aus einem Proton und einem Neutron besteht sowie beim ^4He -Kern, der aus einem Proton mit Spin up, einem Proton mit Spin down sowie den entsprechenden Neutronen besteht.

Berechnen Sie approximative Energieeigenwerte für diese beiden Konfigurationen für kleine Anzahlen mitgenommener Einteilchenzustände.

- Das Ergebnis wird von der Anzahl der mitgenommenen Einteilchenzustände abhängen. Wie viele, denken Sie, müsste man mitnehmen? Wie viele können Sie auf Ihrem Computer mitnehmen?
- Hängt das Ergebnis von ω ab? Was wäre, wenn man alle Einteilchenzustände mitnehmen würde?