

## Aufgabenblatt 7: Abgabe 31.05.2021

### 7.1 $\delta$ -Potential

Extrem kurzreichweitige Kräfte werden in der Quantenmechanik oft durch ein Potential beschrieben, das die folgende Form

$$V(x) = \alpha \delta(x) \quad (1)$$

besitzt.  $\alpha$  ist dabei eine reelle Konstante.

- Leiten Sie die Stetigkeitsbedingung für die Wellenfunktion bei  $x = 0$  her, indem Sie über ein kleines Intervall um Null integrieren und anschließend die Intervalllänge gegen Null gehen lassen.
- Bestimmen Sie für  $\alpha > 0$  den Transmissions- und den Reflexionskoeffizienten, also  $T$  und  $R$ , für eine von links einlaufende ebene Welle.
- Bestimmen Sie alle gebundenen Zustände sowie die zugehörigen Energien für  $\alpha < 0$ .

### 7.2 Potentialtopf

Ein eindimensionaler Rechteckpotentialtopf der Tiefe  $U$  habe eine Breite von 1 Å. Innerhalb welcher Schranken für  $U$  (in eV) existieren genau zwei gebundene Zustände? Die Masse der betrachteten Teilchen entspreche der Elektronenmasse.

### 7.3 Orts- und Impulsoperatoren

Man betrachte die beliebig oft differenzierbaren und quadratintegrablen Funktionen  $f$  auf dem Intervall  $[0, L]$ , die an den Endpunkten verschwinden, d.h.  $f(0) = f(L) = 0$ .

Sind die Operatoren  $\tilde{x}$  und  $\tilde{p}$  auf diesem Raum hermitesch? Gehen Sie dabei von den folgenden Definitionen aus:

$$\langle f | \tilde{x} | g \rangle := \int_0^L dx f^*(x) x g(x) \quad (2)$$

und

$$\langle f | \tilde{p} | g \rangle := \int_0^L dx f^*(x) \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} g(x) . \quad (3)$$