

Aufgabenblatt 13

13.1 Polarisierte Wellen

Eine zirkular polarisierte monochromatische Welle werde durch das Feld

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E \begin{pmatrix} \cos(kz - \omega t) \\ \sin(kz - \omega t) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

beschrieben.

- Berechnen Sie mit Hilfe der dritten Maxwell-Gleichung die zugehörige magnetische Induktion (2 P.).
- Das zirkular polarisierte Licht (in diesem Fall E-Feld) kann man sich aus zwei linear polarisierten Anteilen zusammengesetzt denken. Welche sind das (z.B.) in diesem Fall (2 P.)?
- Ein Polarisator (Polarisationsfilter) lässt nur Licht einer bestimmten linearen Polarisation durch. So kann ein x -Polarisator nur von in x -Richtung polarisiertem Licht passiert werden. Welcher Anteil des $\vec{E}$ -Feldes (1) passiert einen x -Polarisator? Auf welchen Wert sinkt der Betrag des zeitgemittelten Poynting-Vektors ab (3 P.)?
- Nachdem das Licht einen x -Polarisator passiert hat, enthält es keinen Anteil in y -Richtung mehr. Man könnte das überprüfen, indem man das Licht auf einen y -Polarisator fallen lässt. Was aber passiert, wenn man das Licht, das den x -Polarisator passiert hat, erst auf einen unter 45° in der $x-y$ -Ebene gedrehten Polarisator fallen lässt und dann auf einen y -Polarisator? Erklären Sie (3 P.)!

13.2 Zusatzpunktaufgabe: Zusammenziehende Spule

- Wickeln Sie aus einem Draht eine lose Spule. Schließen Sie diese an eine Spannungsquelle (Batterie, niemals Steckdose) an und beobachten Sie, wie sich die Spule in Längsrichtung zusammenzieht.

Produzieren Sie einen Kurzfilm von diesem Vorgang.

Sie können wählen, ob Sie dafür 5 Zusatzpunkte für Aufgabe 1 oder ein Zusatzkreuz bei Vorrechnen bekommen.

- Wenn Sie es schaffen, auch die radiale Ausdehnung zu filmen, können Sie noch einmal wählen, ob Sie dafür 5 Zusatzpunkte für Aufgabe 1 oder ein Zusatzkreuz bei Vorrechnen bekommen.

Die zweite Aufgabe ist schwerer, weil die radiale Ausdehnung gering ausfällt.

Laden Sie die Filme (Nachname-Vorname-13-2-a.mpg bzw. Nachname-Vorname-13-2-b.mpg) im LernraumPlus hoch.

13.3 Wechselwirkung zwischen Ladungsverteilungen

In der Vorlesung wurde die Feldenergie des elektromagnetischen Feldes abgeleitet. Wir konzentrieren uns im Folgenden auf den elektrostatischen Anteil. Hier galt

$$W_{\text{el}} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \int d\mathbf{r}^3 \int d\mathbf{r}'^3 \frac{\rho(\vec{r})\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (2)$$

Wir nehmen jetzt an, dass die Ladungsdichte ρ sich aus zwei räumlich getrennten Anteilen zusammensetzt. Die Wechselwirkungsenergie der beiden Anteile ρ und ρ_{extern} lässt sich dann wie in dem folgenden Auszug aus Nolting, *Grundkurs Theoretische Physik 3* schreiben und für räumlich nur wenig ausgedehnte ρ entwickeln.

Der Wechselwirkungsanteil lautet damit:

$$W_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint d^3r d^3r' \frac{\rho(\mathbf{r})\rho_{\text{ex}}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \int d^3r \rho(\mathbf{r})\varphi_{\text{ex}}(\mathbf{r}). \quad (2.103)$$

φ_{ex} ist das von ρ_{ex} erzeugte skalare Potential. Wir nehmen an, daß das $\rho \neq 0$ -Gebiet so klein ist, daß dort φ_{ex} ungefähr als konstant angesehen werden kann:

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{ex}}(\mathbf{r}) &= \varphi_{\text{ex}}(0) + (\mathbf{r} \cdot \nabla)\varphi_{\text{ex}}(0) + \frac{1}{2}(\mathbf{r} \cdot \nabla)^2\varphi_{\text{ex}}(0) + \dots = \\ &= \varphi_{\text{ex}}(0) - \mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(0) + \frac{1}{2} \sum_{i,j} x_i x_j \left. \frac{\partial^2 \varphi_{\text{ex}}}{\partial x_j \partial x_i} \right|_{\mathbf{r}=0} + \dots \end{aligned}$$

Innerhalb des $\rho \neq 0$ -Gebietes liegen keine das Feld $\mathbf{E}$ erzeugende Ladungen. Deswegen gilt dort $\text{div } \mathbf{E} = 0$. Das heißt:

$$0 = \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} E_i = - \sum_i \frac{\partial^2 \varphi_{\text{ex}}}{\partial x_i^2} = - \sum_{i,j} \delta_{ij} \frac{\partial^2 \varphi_{\text{ex}}}{\partial x_j \partial x_i}.$$

Einen solchen Term können wir oben also getrost addieren:

$$\varphi_{\text{ex}}(\mathbf{r}) = \varphi_{\text{ex}}(0) - \mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(0) - \frac{1}{6} \sum_{i,j} (3x_i x_j - r^2 \delta_{ij}) \frac{\partial E_i(0)}{\partial x_j} + \dots$$

Dies wird in (2.103) eingesetzt:

$$W_1 = q \varphi_{\text{ex}}(0) - \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}(0) - \frac{1}{6} \sum_{i,j} Q_{ij} \frac{\partial E_i(0)}{\partial x_j} + \dots \quad (2.104)$$

Die Ladung (Monopolmoment) wechselwirkt mit dem externen Potential, das Dipolmoment mit dem externen Feld $\mathbf{E}$ und das Quadrupolmoment mit dessen Ortsableitungen.

Wir können diesen Ausdruck ausnutzen, um die Wechselwirkung zwischen zwei Dipolen zu bestimmen. Wir setzen dazu in den zweiten Summanden das Dipolfeld (2.73) eines zweiten Dipols ein:

$$W_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2}{r_{12}^3} - 3 \frac{(\mathbf{r}_{12} \cdot \mathbf{p}_1)(\mathbf{r}_{12} \cdot \mathbf{p}_2)}{r_{12}^5} \right] \quad (2.105)$$

($\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$). Diese wichtige Beziehung zeigt, daß die Dipol-Dipol-Wechselwirkung sowohl anziehend wie abstoßend sein kann, je nach relativer Orientierung der beiden Dipole.

- a. Ein Dipol befinde sich am Ort $\vec{r}$. Er habe das Moment $\vec{p}$. Im Koordinatenursprung, der weit genug vom Dipol entfernt sei, befinde sich eine Punktladung q . Berechnen Sie die potentielle Energie des Dipols (entspricht Wechselwirkungsenergie des Dipolmoments mit Feld der Punktladung) und berechnen Sie die Kraft, die auf den Dipol einwirkt.
- b. Diskutieren Sie weiterhin, wie die Wechselwirkungsenergie zweier Dipole von ihrer relativen Ausrichtung sowie der Ausrichtung bezüglich des Abstandsvektors abhängt. Machen Sie dazu ein paar Skizzen oder noch besser eine 3D-Graphik mit den beiden Winkeln bezüglich des Verbindungsvektors.
- c. Warum stimmt der Satz unter (2.105) nicht oder ist zumindest nicht wirklich exakt/gut formuliert?