Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Theoretische Physik I WS 2021/2022	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de

Aufgabenblatt 11

11.1 Spiegelladungsmethode: relaxierende Bildladung

Für diese Aufgabe gibt es null Punkte. Alle erreichten Punkte zählen als Zusatzpunkte, mit denen Sie einen eventuellen Rückstand aufarbeiten können.
Im dreidimensionalen Raum (kartesische Koordinaten x, y, z) sei der Halbraum $x \leq 0$ metallisch, der Halbraum $x > 0$ sei Vakuum. Eine Punktladung bei $a > 0$ auf der x-Achse influenziere auf der Grenzfläche eine Ladungsverteilung, die für $x > 0$ dasselbe elektrische Feld erzeugt wie eine Punktladung $-q$ bei $b < 0$ auf der x-Achse.
a und b können zeitabhängig sein, und es gelte die Relaxatorgleichung mit einer Zeitkonstanten τ:

$$\dot{b}(t) \;\; = \;\; -\frac{1}{\tau}\left(b(t) + a(t)\right) \; . \tag{1}$$

a. Wiederholen Sie die Lösung des Relaxators

$$\dot{v}(t) + \frac{1}{\tau} v(t) \;\; = \;\; f(t) \; , \tag{2}$$

die Sie sich mit Ihren Kenntnissen aus der Mechanik erarbeiten können.

Ein möglicher Lösungsweg führt über die Betrachtung von

$$\frac{d}{dt}\;\left(\mathrm{e}^{t/\tau} v(t)\right) \tag{3}$$

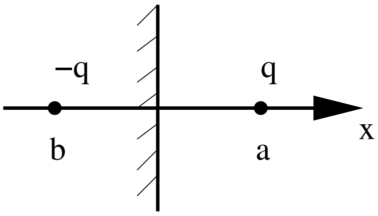
und anschließender Trennung der Variablen. Das Ergebnis für $v(t)$ kann als Integral (Faltung) von $f(t)$ geschrieben werden. Geben Sie das Ergebnis für $v(t)$ an (3 ZP.).

b. Es sei $a(t) = a_0 + \alpha \sin(\omega t)$ als erzwungene Schwingung vorgegeben. Man gebe dazu die eingeschwungene Antwort $b(t)$ für große Zeiten an. Hinweis: Bei einer eingeschwungenen Antwort sind alle (exponentiell) abklingenden Terme auf Null abgefallen (3 ZP.).

c. Mit diesem Ergebnis gebe man die Coulombkraft zwischen q und $-q$ an. Die nachfolgende Rechnung kann analytisch durchgeführt werden, wenn man die Taylorentwicklung der Kraft bis zur ersten Ordnung in α/a_0 verwendet (2 ZP.).

d. Welche Energie wird dann bei einem Schwingungszyklus der Punktladung q durch die Coulombwechselwirkung übertragen (1 ZP.)?

e. Überlegen Sie, warum man überhaupt eine Relaxatorgleichung für diesen Prozess ansetzt und warum Energie übertragen wird. Wo geht diese Energie hin? Wo kommt Sie her (1 ZP.)?



11.2 Kraft zweier paralleler Drähte

a. Berechnen Sie ausgehend von den Ihnen bekannten Gesetzen der Elektrodynamik die Kraft, die zwei parallele und unendlich lange Drähte aufeinander ausüben. Die Drähte sollen den Abstand a haben. Da sie unendlich lang sind, muss die Kraft als Kraft pro Längeneinheit angegeben werden.

b. Informieren Sie sich über die historische Definition des Ampere und prüfen Sie nach, ob Ihre Formel das leistet.

11.3 Weihnachtsaufgabe

Ersetzen und vervollständigen Sie die Aufgaben so, dass Sie stimmen. Die Symbole haben in allen Teilaufgaben die gleiche Bedeutung.

a.

$$\frac{\partial}{\partial \star} \frac{1}{*} = ? \tag{4}$$

b.

$$\frac{\partial}{\partial \star} \frac{1}{*^3} = ? \tag{5}$$

c.

$$\frac{\partial}{\partial \star} \cdot \frac{\partial}{\partial \star} \frac{1}{*} = ? \tag{6}$$

d.

$$\frac{1}{4\pi \circledast} \int \mathrm{d}^3 \bigstar \frac{\rho(\bigstar)}{|\star - \bigstar|} = ? \tag{7}$$

Ich wünsche Ihnen frohe Weihnachten und
ein gesegnetes und erfolgreiches Neues Jahr!