Universität Bielefeld	Theoretische Physik I	Prof. Dr. Jürgen Schnack
Fakultät für Physik	WS 2021/2022	jschnack@uni-bielefeld.de

Bitte jede Aufgabe (1.1, 1.2, 2.1, . . .) auf einem neuen Blatt. Name, Vorname und Matrikelnummer jeweils nicht vergessen.

1 Wissen

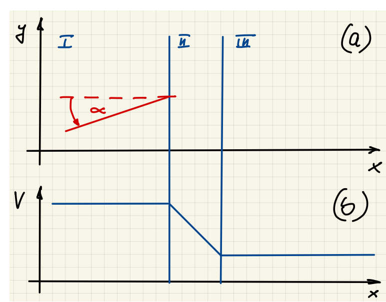
1.1 Mechanik (27 P.)

a. Wie lauten die Newtonschen Axiome (5 P.)?

b. Wie lautet die Hamilton-Funktion für konservative Systeme und wie lauten die zugehörigen Bewegungsgleichungen? Wie kann man mittels Poissonklammern definieren, dass eine nicht explizit zeitabhängige Größe erhalten ist? Geben Sie Ihre Definition der Poissonklammern an (4 P.).

c. Beschreiben Sie das Zweikörperproblem im Formalismus nach Lagrange. Das Potential hänge nur vom Betrag des Relativabstandes ab. Vollziehen Sie den Übergang zu Schwerpunkts- und Relativkoordinaten. Welche Erhaltungsgrößen gibt es? Begründen Sie (12 P.)?

d. Ein Massepunkt bewegt sich reibungsfrei in der x-y-Ebene. Das Potential, dem die Bewegung unterliegt, hänge nicht von y, sondern nur von x ab, so wie in der Graphik angegeben. Im Bereich I bewege sich der Punkt mit einer konstanten Geschwindigkeit vom Betrage v_I unter einem Winkel α relativ zur x-Achse. Beschreiben Sie die Bewegung im Bereich III und begründen Sie Ihr Ergebnis (5 P.). Skizze (1 P.).



1.2 Elektrodynamik (23 P.)

a. Geben Sie die vier differentiellen Maxwell-Gleichungen an (4 P.).

b. Integrieren Sie die erste Maxwell-Gleichung über ein Volumen V und nutzen Sie den Satz von Gauß. Welche Größe steht auf der rechten Seite (3 P.)?

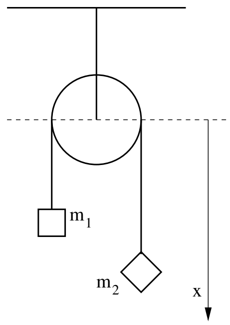
c. Elektrostatik: Leiten Sie die elektrostatische Feldstärke $\vec{E}$ einer Punktladung q aus der ersten Maxwell-Gleichung ab (5 P.).

d. Leiten Sie die Bewegungsgleichungen des freien elektromagnetischen Feldes aus den Maxwell-Gleichungen her (6 P.).

e. Wie lauten die Differentialgleichungen für $\phi(\vec{r})$ in der Elektrostatik und für $\vec{A}(\vec{r})$ in der Magnetostatik und wie lauten die allgemeinen Lösungen für die beiden Felder? Was muss für $\vec{A}(\vec{r})$ noch beachtet werden (5 P.)?

2 Mechanik

2.1 Massen an einer Rolle (Atwoodsche Fallmaschine) (20 P.)



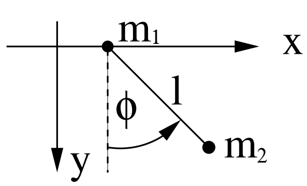
Zwei Massen m_1 und m_2 ($m_1 < m_2$), die über einen Faden der unveränderlichen Länge L miteinander verbunden sind, seien der Schwerkraft ausgesetzt.

a. Wie lauten die Bewegungsgleichungen ($m_{1/2}\ddot{x}_{1/2} = \ldots$) für m_1 und m_2 nach Newton? Hier gibt es eine intuitive Lösung und eine systematische. Versuchen Sie die systematische Lösung. Schreiben Sie für jede Masse die angreifenden Kräfte auf und finden Sie weitere Gleichungen, um die DGLn zu lösen (8 P.).

b. Berechnen Sie die Beschleunigungen der beiden Massen als Funktion von m_1 und m_2 (6 P.).

c. Wie groß ist die Fadenspannung, d.h., die Kraft, die der Faden auf m_1 und m_2 ausübt (6 P.)?

2.2 Schwingende Hantel (20 P.)



Eine Hantel bestehe aus den beiden Massen m_1 und m_2 im Abstand l. Die Masse m_1 der Hantel kann sich reibungsfrei entlang einer horizontalen Geraden bewegen. Auf beide Massen wirke die Schwerkraft in y-Richtung.

a. Stellen Sie zuerst die Lagrangefunktion in günstigen Koordinaten auf. Wie viele Koordinaten braucht man zur Definition der Lagrangefunktion (2 P.)?

b. Gibt es in Ihrer Formulierung der Lagrange-Funktion eine zyklische Koordinate? Wie lautet die zugehörige Erhaltungsgröße? Wenn Sie keine zyklische Koordinate finden, versuchen Sie es doch mit „günstigeren" Koordinaten (2 P.).

c. Stellen Sie die Euler-Lagrange-Gleichung für die zyklische Koordinate auf. Diese Differentialgleichung können Sie ohne Näherung lösen. Wählen Sie als Anfangsbedingungen $x_1(0) = 0$, $\dot{x}_1(0) = 0$, $\phi(0) = \phi_0$ und $\dot{\phi}(0) = 0$ (4 P.).

d. Stellen Sie die Euler-Lagrange-Gleichung für die andere Koordinate auf. Diese ist eine gekoppelte DGL, die auch die zweite Zeitableitung der zyklischen Koordinate enthält (2 P.).

e. Lösen Sie die zweite Euler-Lagrange-Gleichung in der Näherung kleiner Winkel, d.h. $\cos(\phi) \approx 1$ und $\sin(\phi) \approx \phi$. Führen Sie dazu bei der ersten Lösung zuerst die Näherung kleiner Winkel durch und differenzieren Sie die erste Lösung zweimal. Ersetzen Sie damit die zyklische Koordinate in der zweiten DGL. Das können Sie jetzt ohne Probleme lösen (10 P.).

3 Elektrodynamik

3.1 Potential und elektrische Feldstärke einer Linienladung (15 P.)

Auf dem Abschnitt der z-Achse $-l \leq z \leq l$ sitze eine konstante Linienladungsdichte γ. Es seien $r_\perp, \phi, z$ die üblichen Zylinderkoordinaten. Man gebe die z-Koordinate und die $r_\perp$-Koordinate der elektrischen Feldstärke formelmäßig an.
Hinweis: Man schreibe die Integraldarstellung des elektrostatischen Potentials so um, dass die Koordinaten, nach denen zu differenzieren ist, in den Integrationsgrenzen stehen.

3.2 Rotierende Hohlkugel (20 P.)

Auf der Oberfläche einer Hohlkugel mit dem Radius R sei eine Ladung Q gleichmäßig verteilt. Die Kugel rotiere mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um eine beliebige, aber feste Achse durch den Mittelpunkt.

a. Bestimmen Sie die durch die Rotation verursachte Stromdichte $\vec{j}(\vec{r}) = \rho(\vec{r})\vec{v}(\vec{r})$. Stellen Sie dazu zuerst die Ladungsdichte mit Hilfe der Delta-Funktion dar (7 P.).

b. Begründen Sie ohne Rechnung, in welche Richtung das magnetische Moment zeigen muss (3 P.).

c. Berechnen Sie das von $\vec{j}(\vec{r})$ hervorgerufene magnetische Moment der Kugel (10 P.). Verwenden Sie die Beziehung

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \int \mathrm{d}^3 r \, \vec{r} \times \vec{j}(\vec{r}) \,. \tag{1}$$

Es können 125 Punkte erreicht werden.

Noten

- $0 \leq P \leq 50 \Rightarrow 5.0$
- $51 \leq P \leq 55 \Rightarrow 4.0$
- $56 \leq P \leq 60 \Rightarrow 3.7$
- $61 \leq P \leq 65 \Rightarrow 3.3$
- $66 \leq P \leq 70 \Rightarrow 3.0$
- $71 \leq P \leq 75 \Rightarrow 2.7$
- $76 \leq P \leq 80 \Rightarrow 2.3$
- $81 \leq P \leq 85 \Rightarrow 2.0$
- $86 \leq P \leq 90 \Rightarrow 1.7$
- $91 \leq P \leq 95 \Rightarrow 1.3$
- $96 \leq P < \infty \Rightarrow 1.0$