

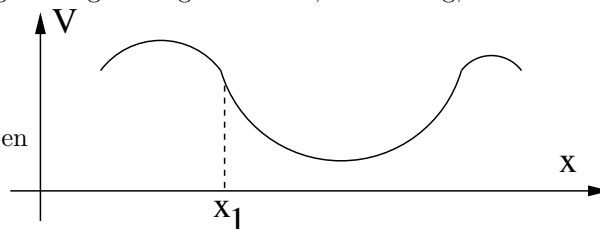
Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Theoretische Physik I WS 2021/2022	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
--	---------------------------------------	---

**Bitte jede Aufgabe (1.1, 1.2, 2.1, ...) auf einem neuen Blatt.
Name, Vorname und Matrikelnummer jeweils nicht vergessen.**

1 Wissen

1.1 Mechanik (27 P.)

- Wie lauten die Newtonschen Axiome (5 P.)?
- Wie lautet die Lagrange-Funktion für konservative Systeme und wie lauten die zugehörigen Euler-Lagrange-Gleichungen? Was ist eine zyklische Koordinate (3 P.)?
- Beschreiben Sie den eindimensionalen harmonischen Oszillator nach Newton, Lagrange und Hamilton. Wie lautet die allgemeine Lösung der Bewegungsgleichungen? Begründen Sie, wenn nötig, kurz (12 P.)?
- Ein Massepunkt bewegt sich in einer Raumdimension reibungsfrei unter dem Einfluss eines Potentials, siehe Skizze. Zur Zeit $t = 0$ ruht er im Punkt x_1 . Beschreiben und begründen Sie die Bewegung für $t > 0$ (5 P.).
Was passiert qualitativ im Falle von Reibung und warum (2 P.)?



1.2 Elektrodynamik (24 P.)

- Geben Sie die vier differentiellen Maxwell-Gleichungen an (4 P.).
- Wie lautet die Kontinuitätsgleichung? Welche Erhaltungsgröße liegt ihr zugrunde (2 P.)?
- Wie hängen $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und $\vec{B}(\vec{r}, t)$ vom Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r}, t)$ und vom skalaren Potential $\phi(\vec{r}, t)$ ab (4 P.)?
- Eichtransformationen sind Transformationen von $\vec{A}(\vec{r}, t)$ und $\phi(\vec{r}, t)$, unter denen sich $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und $\vec{B}(\vec{r}, t)$ nicht ändern. Die magnetische Induktion $\vec{B}(\vec{r}, t)$ bleibt offensichtlich erhalten, wenn man zum Vektorpotential den Gradienten eines skalaren Feldes $\chi(\vec{r}, t)$ hinzufügt. Wie muss gleichzeitig das skalare Potential transformiert werden, damit auch $\vec{E}(\vec{r}, t)$ invariant bleibt (4 P.)?
- Wie lauten das elektrostatische Potential sowie die elektrische Feldstärke eines elektrischen Dipols im Fernfeld? Falls Sie es nicht auswendig wissen, einfach schnell herleiten (5 P.).
- Wie lauten die Differentialgleichungen für $\phi(\vec{r})$ in der Elektrostatik und für $\vec{A}(\vec{r})$ in der Magnetostatik und wie lauten die allgemeinen Lösungen für die beiden Felder? Was muss für $\vec{A}(\vec{r})$ noch beachtet werden (5 P.)?

2 Mechanik

2.1 Gekoppelte harmonische Oszillatoren (20 P.)

Zwei identische harmonische Oszillatoren (ohne Reibung und Antrieb) mit der Federkonstanten k und Massen m seien harmonisch gekoppelt, d.h. mit einer weiteren Feder der Stärke k_{12} verbunden. Die Schwingungen erfolgen alle entlang einer Geraden, d.h. in einer Dimension.

- Erstellen Sie eine Skizze des Aufbaus. Benennen Sie die Auslenkungen der beiden identischen Massen m aus ihren Ruhelagen mit q_1 und q_2 . Stellen Sie die gekoppelten Bewegungsgleichungen (z.B. mit Newton II) für q_1 und q_2 auf (6 P.).
- Die Bewegungsgleichungen können durch Superpositionen von $q_1(t)$ und $q_2(t)$ entkoppelt werden. Stellen Sie zu diesem Zweck die Differentialgleichungen für $Q(t) = q_1(t) + q_2(t)$ und $q(t) = q_1(t) - q_2(t)$ auf und geben Sie die allgemeine Lösung für $Q(t)$ und $q(t)$ an (6 P.).
- Transformieren Sie jetzt die allgemeine Lösung auf die ursprünglichen Koordinaten $q_1(t)$ und $q_2(t)$ zurück (4 P.).
- Skizzieren Sie die Schwingungen $q_1(t)$ und $q_2(t)$ für die beiden Spezialfälle $Q(t) = 0$ und $q(t) = 0$ (4 P.).

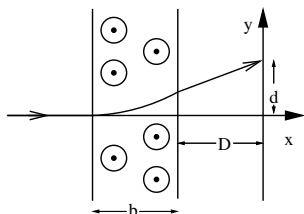
2.2 Ringbahn (20 P.)

Eine Perle der Masse m bewege sich reibungsfrei unter dem Einfluss der Schwerkraft, $\vec{g} = g\vec{e}_y$, auf einer kreisförmigen Bahn.

- Stellen Sie die Lagrangefunktion auf. Verwenden Sie dazu eine geeignete verallgemeinerte Koordinate. Machen Sie eine Skizze (8 P.).
- Stellen Sie die Euler-Lagrange-Gleichung auf und leiten Sie die Bewegungsgleichung für die verallgemeinerte Koordinate her (6 P.).
- Die Perle ruhe zur Zeit $t = 0$ auf halber Höhe (z.B. auf 9 Uhr). Leiten Sie die Formel her, mit der die Zeit berechnet werden könnte, in der die Perle den unteren Halbkreis durchläuft (6 P.).

3 Elektrodynamik

3.1 Homogenes Magnetfeld (15 P.)



Ein Antiproton fliegt durch ein räumlich begrenztes homogenes Magnetfeld, welches in z -Richtung zeigt. Anschließend trifft das Antiproton auf einen Detektor.

- Wie lautet die Lorentz-Kraft allgemein (2 P.)?
- Welche Bahn beschreibt ein geladenes Teilchen im homogenen Magnetfeld, auf das nur die Lorentz-Kraft wirkt? Begründen Sie (3 P.)!
- In welchem Abstand d vom Ursprung trifft das Antiproton auf den Schirm? Stellen Sie die Formel auf. Gegeben seien B , b , D und $\vec{v}||\vec{e}_x$ (7 P.).
- Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit das Teilchen auf dem Schirm registriert werden kann (3 P.)?

3.2 Rotierende Hohlkugel (20 P.)

Auf der Oberfläche einer Hohlkugel mit dem Radius R sei eine Ladung Q gleichmäßig verteilt. Die Kugel rotiere mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um eine beliebige, aber feste Achse durch den Mittelpunkt.

- Bestimmen Sie die durch die Rotation verursachte Stromdichte $\vec{j}(\vec{r}) = \rho(\vec{r})\vec{v}(\vec{r})$. Stellen Sie dazu zuerst die Ladungsdichte mit Hilfe der Delta-Funktion dar (7 P.).
- Begründen Sie ohne Rechnung, in welche Richtung das magnetische Moment zeigen muss (3 P.).
- Berechnen Sie das von $\vec{j}(\vec{r})$ hervorgerufene magnetische Moment der Kugel (10 P.). Verwenden Sie die Beziehung

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \int d^3r \vec{r} \times \vec{j}(\vec{r}) . \quad (1)$$

Es können 126 Punkte erreicht werden.

Noten

- $0 \leq P \leq 50 \Rightarrow 5.0$
- $51 \leq P \leq 55 \Rightarrow 4.0$
- $56 \leq P \leq 60 \Rightarrow 3.7$
- $61 \leq P \leq 65 \Rightarrow 3.3$
- $66 \leq P \leq 70 \Rightarrow 3.0$
- $71 \leq P \leq 75 \Rightarrow 2.7$
- $76 \leq P \leq 80 \Rightarrow 2.3$
- $81 \leq P \leq 85 \Rightarrow 2.0$
- $86 \leq P \leq 90 \Rightarrow 1.7$
- $91 \leq P \leq 95 \Rightarrow 1.3$
- $96 \leq P < \infty \Rightarrow 1.0$