

Aufgabenblatt 9: Abgabe 08.06.2020

9.1 Eindimensionaler Harmonischer Oszillator

- Für den ersten angeregten Zustand des harmonischen Oszillators berechne man die Aufenthaltswahrscheinlichkeit im klassisch verbotenen Bereich. Das Ergebnis ist eine Zahl.
- Für die folgende Linearkombination aus Grundzustand und erstem angeregten Zustand, $|\Psi(t=0)\rangle = 1/\sqrt{2}(|\phi_0\rangle + |\phi_1\rangle)$, berechne man formelmäßig die Zeitentwicklung des mittlern Ortes sowie des mittleren Impulses.
- Überprüfen Sie, ob Ihre Lösung für den Ortserwartungswert das Ehrenfest-Theorem erfüllt.
- Zusatzaufgabe: Stellen Sie die Zeitentwicklung von $|\Psi(t=0)\rangle = 1/\sqrt{2}(|\phi_0\rangle + |\phi_1\rangle)$ graphisch, z.B. mit Mathematica, dar.

9.2 Nützliche Relationen

- Zeigen Sie, dass für drei Operatoren $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$ gilt $[\tilde{A}\tilde{B}, \tilde{C}] = \tilde{A}[\tilde{B}, \tilde{C}] + [\tilde{A}, \tilde{C}]\tilde{B}$.
- Baker-Campbell-Hausdorff-Formeln: Wenn für zwei Operatoren \tilde{A}, \tilde{B} gilt, dass

$$[\tilde{A}, [\tilde{A}, \tilde{B}]] = 0 \quad (1)$$

und

$$[\tilde{B}, [\tilde{B}, \tilde{A}]] = 0, \quad (2)$$

dann gilt auch

$$\exp\{\tilde{A} + \tilde{B}\} = \exp\{\tilde{A}\} \exp\{\tilde{B}\} \exp\left\{-\frac{1}{2}[\tilde{A}, \tilde{B}]\right\} \quad (3)$$

und

$$\exp\{\tilde{A}\} \exp\{\tilde{B}\} = \exp\{\tilde{B}\} \exp\{\tilde{A}\} \exp\{[\tilde{A}, \tilde{B}]\}. \quad (4)$$

Überprüfen Sie die Voraussetzungen (1) und (2) für die Operatoren \tilde{x} und \tilde{p} und merken Sie sich die Baker-Campbell-Hausdorff-Formeln.