

Aufgabenblatt 7: Abgabe 25.05.2020

7.1 δ -Potential

Extrem kurzreichweitige Kräfte werden in der Quantenmechanik oft durch ein Potential beschrieben, das die folgende Form

$$V(x) = \alpha \delta(x) \quad (1)$$

besitzt. α ist dabei eine reelle Konstante.

- Leiten Sie die Stetigkeitsbedingung für die Wellenfunktion bei $x = 0$ her, indem Sie über ein kleines Intervall um Null integrieren und anschließend die Intervalllänge gegen Null gehen lassen.
- Bestimmen Sie für $\alpha > 0$ den Transmissions- und den Reflexionskoeffizienten für eine von links einlaufende ebene Welle.
- Bestimmen Sie alle gebundenen Zustände sowie die zugehörigen Energieeigenwerte für $\alpha < 0$.

7.2 Potentialtopf

Ein eindimensionaler Rechteckpotentialtopf der Tiefe U habe eine Breite von 1 \AA . Innerhalb welcher Schranken für U (in eV) existieren genau zwei gebundene Zustände? Die Masse der betrachteten Teilchen entspreche der Elektronenmasse.

7.3 Orts- und Impulsoperatoren

Man betrachte die beliebig oft differenzierbaren und quadratintegrablen Funktionen f auf dem Intervall $[0, L]$, die an den Endpunkten verschwinden, d.h. $f(0) = f(L) = 0$.

Sind die Operatoren \tilde{x} und \tilde{p} auf diesem Raum hermitesch? Gehen Sie dabei von den folgenden Definitionen aus:

$$\langle f | \tilde{x} | g \rangle := \int_0^L dx f^*(x) x g(x) \quad (2)$$

und

$$\langle f | \tilde{p} | g \rangle := \int_0^L dx f^*(x) \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} g(x) . \quad (3)$$