Universität Osnabrück Fachbereich Physik 3. Februar	Theoretische Physik 3 Mechanik, Elektrodynamik Klausur	PD Dr. Jürgen Schnack

Name, Vorname:
Matrikelnummer:

1 Mechanik

1.1 Harmonischer Oszillator (50 P.)

Wir betrachten eine Punktmasse, die sich unter dem Einfluß einer dreidimensionalen isotropen Federkraft bewegt.

a. Geben Sie die Lagrangefunktion L sowie die Euler-Lagrange-Gleichungen in kartesischen Koordinaten an (5 P.).

b. Geben Sie die Lagrangefunktion L sowie die Euler-Lagrange-Gleichungen in Kugelkoordinaten an (5 P.).

c. Gibt es zyklische Koordinaten? Wenn ja, welche Erhaltungsgrößen korrespondieren dazu? Geben Sie zusätzlich ein physikalisches Argument für die Erhaltungsgrößen an (5 P.).

d. Transformieren Sie in kartesischen Koordinaten die Lagrangefunktion in die Hamiltonfunktion (5 P.).

e. Wie lauten die hamiltonschen Bewegungsggleichungen in kartesischen Koordinaten (5 P.)?

f. Berechnen Sie die innere Energie U eines dreidimensionalen harmonischen Oszillators aus (10 P.)

$$U = -\frac{\partial\, ln(Z(\beta))}{\partial\, \beta} \quad , \quad \beta = \frac{1}{k_B T} \tag{1}$$

$$Z(\beta) = \int \mathrm{d}^3 p\, \mathrm{d}^3 q\ \exp\left\{-\beta H(\vec{p}, \vec{q})\right\} \ . \tag{2}$$

g. Gehen Sie von der folgenden Bewegungsgleichung eines harmonisch getriebenen eindimensionalen harmonischen Oszillators mit Reibung aus

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \mathrm{e}^{-i\omega t} \tag{3}$$

und bestimmen Sie die Abhängigkeit der Amplitude von ω. Wählen Sie dabei für x einen komplexen harmonischen Ansatz. Skizzieren Sie Real- und Imaginärteil der Amplitude in einer Graphik (15 P.).

1.2 Atwoodsche Fallmaschine mit Lagrange-Parameter (20 P.)

Zwei Massen m_1 und m_2 ($m_1 < m_2$), die über einen Faden der Länge L miteinander verbunden sind, seien der Schwerkraft ausgesetzt.

a. Stellen Sie die Lagrange-Funktion für die Koordinaten x_1 und x_2 auf (5 P.).

b. Stellen Sie das Differential der holonomen Zwangsbedingung $u(x_1, x_2) = 0$ auf und koppeln Sie die Zwangsbedingung mit einem Lagrangeparameter an die Euler-Lagrange-Gleichungen an. Wie lauten diese dann (5 P.)?

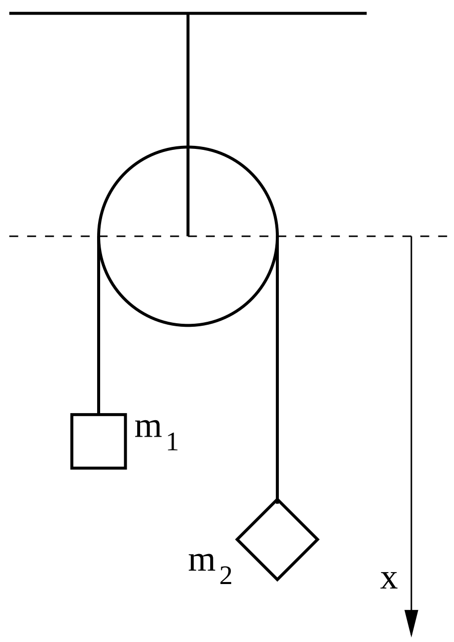
c. **Alternativ:** Wenn Sie gerade nicht wissen, wie das geht, können Sie die Bewegungsgleichungen auch aus

$$0 = \delta \int_{t_1}^{t_2} \mathrm{d}t \ [L(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2) + \lambda u(x_1, x_2)] \tag{4}$$

herleiten (5 P.).

d. Berechnen Sie die Beschleunigungen der beiden Massen als Funktion von m_1 und m_2 (5 P.).

e. Berechnen Sie die Zwangskraft (Fadenspannung) aus dem Lagrange-Multiplikator (5 P.).



2 Spezielle Relativitätstheorie

2.1 Zwillingsparadoxon (20 P.)

a. Geben Sie eine Formulierung des Zwillingsparadoxons an und erklären Sie, worin das Paradoxon besteht (5 P.).

b. Erklären Sie die Auflösung des Zwillingsparadoxons (15 P.).

2.2 Viererbeschleunigung (20 P.)

Die Viererbeschleunigung sei als

$$b^\mu = \frac{d}{d\tau} u^\mu \tag{5}$$

definiert.

a. Zeigen Sie, daß die Beschleunigung im Minkowski-Raum stets orthogonal zur Geschwindigkeit ist. Nutzen Sie aus, daß für die Norm der Vierergeschwindigkeit $u_\mu u^\mu = c^2$ gilt (8 P.).

b. Drücken Sie die Komponenten von b^μ explizit durch die Geschwindigkeit $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ aus. Verwenden Sie $u^\mu = \gamma(c, \vec{v})$ und lassen sie $\dot{v}$ so stehen ohne den Ausdruck weiter zu entwickeln (12 P.).

2.3 Raketenflug mit konstanter Beschleunigung (25 P.)

Um einen Raketenflug so angenehm wie möglich zu gestalten, wird dafür gesorgt, daß die Beschleunigung der Rakete in dem System Σ', in dem sie momentan ruht, d.h. $\vec{v}' = (v'_x, v'_y, v'_z) = 0$, konstant gleich der Erdbeschleunigung g ist. Diskutieren Sie im folgenden den Flug im erdfesten System Σ unter der Bedingung, daß die Beschleunigung in z-Richtung wirkt und daß die Anfangsgeschwindigkeit der Rakete zur Zeit $t = 0$ $v = 0$ war.

a. Wie lautet b'^μ (5 P.)?

b. Geben Sie die Spezielle Lorentztransformation für zwei mit $\vec{v} = v\vec{e}_z$ relativ zueinander bewegte Systeme an (5 P.).

c. Transformieren Sie b'^μ nach b^μ (5 P.).

d. Welche Geschwindigkeit besitzt die Rakete im Erdsystem Σ für $t > 0$? Bestimmen Sie dazu den Zusammenhang von g und v auf der Definition von b^3 (10 P.).

3 Elektrodynamik

3.1 Maxwell-Gleichungen (15 P.)

a. Geben Sie die vier mikroskopischen Maxwell-Gleichungen, d.h. im Vakuum, an (5 P.).

b. Wie hängen $\vec{E}$ und $\vec{B}$ vom Vektorpotential $\vec{A}$ und vom skalaren Potential ϕ ab (5 P.)?

c. Eichtransformationen sind Transformationen von $\vec{A}$ und ϕ unter denen sich $\vec{E}$ und $\vec{B}$ nicht ändern. Die magnetische Induktion $\vec{B}$ bleibt offensichtlich erhalten, wenn man man zum Vektorpotential den Gradienten eines skalaren Feldes $\chi(\vec{r}, t)$ hinzufügt. Wie muß gleichzeitig das skalare Potential transformiertwerden, damit auch $\vec{E}$ invariant bleibt (5 P.)?

Bewertung nach ECTS

- $0 \leq P \leq 50 \Rightarrow$ F
- $51 \leq P \leq 60 \Rightarrow$ E
- $61 \leq P \leq 70 \Rightarrow$ D
- $71 \leq P \leq 80 \Rightarrow$ C
- $81 \leq P \leq 90 \Rightarrow$ B
- $91 \leq P \leq \infty \Rightarrow$ A

Noten

- $0 \leq P \leq 50 \Rightarrow 5.0$
- $51 \leq P \leq 55 \Rightarrow 4.0$
- $56 \leq P \leq 60 \Rightarrow 3.7$
- $61 \leq P \leq 70 \Rightarrow 3.3$
- $71 \leq P \leq 73 \Rightarrow 3.0$
- $74 \leq P \leq 76 \Rightarrow 2.7$
- $77 \leq P \leq 80 \Rightarrow 2.3$
- $81 \leq P \leq 85 \Rightarrow 2.0$
- $86 \leq P \leq 90 \Rightarrow 1.7$
- $91 \leq P \leq 95 \Rightarrow 1.3$
- $96 \leq P \leq \infty \Rightarrow 1.0$