

Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Rechenmethoden der Physik SS 2017	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
--	--------------------------------------	---

## Aufgabenblatt 13

Bitte auf den abzugebenden Lösungen den eigenen Namen angeben. Diese Lösungen werden vom Chef höchstpersönlich durchgesehen.

Abgabe: 3. Juli 2017 früh in RdP oder in E5-108. Nicht später!

### 13.1 Einfache und trotzdem fundamentale Differentialgleichungen der Physik

Differentialgleichungen (auch Differenzialgleichungen, Abk. DGL) sind Bestimmungsgleichungen für ganze Funktionen. Man sucht also nicht irgendein spezielles  $x$ , das eine Gleichung erfüllt, sondern eine Funktion, z.B.  $f(x)$ , die eine Differentialgleichung erfüllt. Um die Sache möglichst spannend und für Anfänger undurchschaubar zu machen, nennt man die Funktion oft auch  $x$ , z.B. bei  $x(t)$ .

;-)

In der Physik kommt man für viele Fälle mit nur einigen wenigen Differentialgleichungen aus. Informieren Sie sich z.B. im Buch von Lang und Pucker (6. Kapitel) über die folgenden Differentialgleichungen und Ihre Lösungen.

- a. Die einfachste DGL lautet

$$\dot{x} = 0. \quad (1)$$

Hierbei soll  $x$  eine Funktion von  $t$  sein. Der Punkt bedeutet, dass einmal nach  $t$  abgeleitet wird. Welche allgemeine Lösung  $x(t)$  hat diese Differentialgleichung?

Konkrete Lösungen erhält man, wenn man sogenannte Anfangsbedingungen, d.h. Bedingungen zur Zeit  $t = 0$ , setzt. Wieviele Anfangsbedingungen braucht man hier?

Geben Sie ein Beispiel für diese DGL aus der Physik an. Manchmal ist  $x$  gar nicht der Ort, dann gibt es vielleicht noch andere Beispiele, oder?

- b. Die zweiteinfachste DGL lautet

$$\ddot{x} = 0. \quad (2)$$

Auch hierbei soll  $x$  eine Funktion von  $t$  sein. Welche allgemeine Lösung  $x(t)$  hat diese Differentialgleichung?

Wieviele Anfangsbedingungen braucht man hier?

Geben Sie ein Beispiel für diese DGL aus der Physik an.

c. Eine einfache Verallgemeinerung von (2) lautet

$$\ddot{x} = g . \quad (3)$$

Auch hierbei soll  $x$  eine Funktion von  $t$  sein;  $g$  ist eine reelle Konstante. Welche allgemeine Lösung  $x(t)$  hat diese Differentialgleichung?

Wieviele Anfangsbedingungen braucht man hier?

Geben Sie ein Beispiel für diese DGL aus der Physik an.

d. Als letzte DGL für dieses Selbststudium soll

$$\ddot{x} = -k^2 x \quad (4)$$

behandelt werden.  $x$  sei wie gehabt eine Funktion von  $t$ ;  $k$  ist eine reelle positive Konstante. Welche allgemeine Lösung  $x(t)$  hat diese Differentialgleichung?

Wieviele Anfangsbedingungen braucht man hier?

Geben Sie ein Beispiel für diese DGL aus der Physik an.

## **Anleitung zum Selbststudium (Dank an Matthias Rubart)**

Denken Sie über folgende Fragen nach

- a. Was ist eine DGL?
- b. Was sind Anfangsbedingungen?
- c. Begründen Sie physikalisch, warum eine DGL mit Anfangsbedingungen eine eindeutige Lösung haben sollte.
- d. Wieso (und unter welchen Umständen) ist es bei DGLs legitim, eine Lösung zu erraten?

In der Vorlesung werden wir auf diese Fragen noch einmal gründlich eingehen.