

Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Rechenmethoden der Physik SS 2017	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
----------------------------------------------	--------------------------------------	-------------------------------------------------------

Aufgabenblatt 12

Bitte auf den abzugebenden Lösungen den eigenen Namen und den des Tutors bzw. der Tutorin angeben.

Abgabe: 3. Juli 2017 früh in RdP oder in E5-108. Nicht später!

12.1 Eigenwertprobleme

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 10 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Alle folgenden Rechnungen sollen „zu Fuß“ mit Zwischenschritten durchgeführt werden.

- Bestimmen Sie die Eigenwerte von A .
- Bestimmen Sie die Eigenvektoren von A und normieren Sie diese.
- Überprüfen Sie die Eigenvektoren auf Orthogonalität.
- Warum müssen diese Eigenvektoren orthogonal sein?
- Bestimmen Sie die orthogonale Transformationsmatrix R , mit der A in die Diagonaldarstellung A_D ,

$$A_D = RAR^T \quad (2)$$

überführt werden kann.

- Überprüfen Sie Orthogonalität von R .
- Bilden Sie die Spektraldarstellung von A , einmal unter Nutzung des dyadischen Produktes (darstellungsfrei) und dann in der Darstellung der ursprünglichen ONB des Problems.

12.2 Noch eine Inverse

Bestimmen Sie (zu Fuß) die Inverse von

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Weshalb hätten Sie das Ergebnis auch sofort hinschreiben können?

12.3 Ort und Geschwindigkeit in Kugelkoordinaten

Wir betrachten den Ortsvektor \vec{r} , die Geschwindigkeit $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ und die kinetische Energie in Kugelkoordinaten.

- Wie lautet der Ortsvektor \vec{r} bezüglich des lokalen Dreibeins $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\phi\}$?
- Wie lautet die Geschwindigkeit $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ bezüglich des lokalen Dreibeins $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\phi\}$?
Leiten Sie das Ergebnis entweder durch Ableitung von \vec{r} nach der Zeit her oder begründen Sie Ihr Ergebnis anderweitig.
- Wie lautet die kinetische Energie $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$ folglich in Kugelkoordinaten?

12.4 Ort und Geschwindigkeit in Zylinderkoordinaten

Wir betrachten den Ortsvektor \vec{r} , die Geschwindigkeit $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ und die kinetische Energie in Zylinderkoordinaten.

- Wie lautet der Ortsvektor \vec{r} bezüglich des lokalen Dreibeins $\{\vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z\}$?
- Wie lautet die Geschwindigkeit $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ bezüglich des lokalen Dreibeins $\{\vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z\}$?
Leiten Sie das Ergebnis entweder durch Ableitung von \vec{r} nach der Zeit her oder begründen Sie Ihr Ergebnis anderweitig.
- Wie lautet die kinetische Energie $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$ folglich in Zylinderkoordinaten?