Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Rechenmethoden der Physik SS 2017	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de

Aufgabenblatt 1 – Präsenzübung

Liebe Studierende, mit dieser Präsenzübung möchte ich herausfinden, was Sie schon können und wo ich in dieser Vorlesung eventuell verstärkt wiederholen und vertiefen sollte. Mir ist klar, dass einige von Ihnen gerade erst im Sommersemester angefangen haben. Bitte kreuzen Sie bei jeder der Aufgaben an, wie Sie diese für sich einschätzen ☑ und geben Sie das Aufgabenblatt am Ende der Übung beim Tutor ab.
Vielen Dank.
Ich bin im **ersten Semster** ☐, im $\geq$ **zweiten Semster** ☐.

1.1 Funktionen

Skizzieren Sie

a. $f(x) = 2x$ (Kann ich ☐, so lala ☐, schwierig ☐)

b. $g(h) = h^2$ (Kann ich ☐, so lala ☐, schwierig ☐)

c. $f(x) = \sqrt{x}$ (Kann ich ☐, so lala ☐, schwierig ☐)

d. $f(t) = \mathrm{e}^{-t}$ (Kann ich ☐, so lala ☐, schwierig ☐)

e. $f(x) = \ln(x)$ (Kann ich ☐, so lala ☐, schwierig ☐)

1.2 Ableitungen

Geben Sie die ersten Ableitungen an für die folgenden Funktionen

a. $f(x) = 2x$ (Kann ich ☐, so lala ☐, schwierig ☐)

b. $g(h) = h^2$ (Kann ich ☐, so lala ☐, schwierig ☐)

c. $f(x) = \sqrt{x}$ (Kann ich ☐, so lala ☐, schwierig ☐)

d. $f(t) = \mathrm{e}^{-t}$ (Kann ich ☐, so lala ☐, schwierig ☐)

e. $f(x) = \ln(x)$ (Kann ich ☐, so lala ☐, schwierig ☐)

1.3 Integrale

Berechnen Sie:

a. $f(x) = 2x$, $\int_0^{27} \mathrm{d}x\ f(x)$ (Kann ich $\square$, so lala $\square$, schwierig $\square$)

b. $g(h) = h^2$, Stammfunktion? (Kann ich $\square$, so lala $\square$, schwierig $\square$)

c. $f(x) = \sqrt{x}$, $\int_0^{1} \mathrm{d}x\ f(x)$ (Kann ich $\square$, so lala $\square$, schwierig $\square$)

d. $f(t) = \mathrm{e}^{-t}$, $\int_0^{\infty} \mathrm{d}t\ f(t)$ (Kann ich $\square$, so lala $\square$, schwierig $\square$)

1.4 Komplexe Zahlen

$z = a + ib$ sei eine komplexe Zahl mit $a, b \in \mathbb{R}$.

a. Was sind Real- und Imaginärteil? Wie kann man diese allgemein aus z berechnen?

b. Wie berechnet man den Betrag von z?

c. Welche Lösungen hat $x^4 = 1$?

d. Was ist $\exp\{-i\pi\}$?

(Kann ich $\square$, so lala $\square$, schwierig $\square$)

1.5 Herausforderungen

a. x sei eine Funktion von t. Welche allgemeine Lösung hat

$$\dot{x} = v_0\ ? \tag{1}$$

(Kann ich $\square$, so lala $\square$, schwierig $\square$)

b. Gegen welchen Wert geht

$$\frac{\sin(h)}{h} \tag{2}$$

für $h \to 0$? Begründung?

(Kann ich $\square$, so lala $\square$, schwierig $\square$)

c. Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t\ \mathrm{e}^{-t^2}\ . \tag{3}$$

(Kann ich $\square$, so lala $\square$, schwierig $\square$)

d. x sei eine Funktion von t. Welche allgemeine Lösung hat

$$\dot{x} \;=\; -\gamma x \;? \qquad \gamma \in \mathbb{R} \tag{4}$$

(Kann ich □, so lala □, schwierig □)

e. Berechnen Sie

$$\int_0^\infty \mathrm{d}t \; t\mathrm{e}^{-t} \;. \tag{5}$$

(Kann ich □, so lala □, schwierig □)

f. Leiten Sie partiell ab:

$$g(x,y) = x\cos(2y) + xy \quad , \qquad \frac{\partial}{\partial x}\, g(x,y) \;. \tag{6}$$

(Kann ich □, so lala □, schwierig □)

g. Berechnen Sie den Gradienten:

$$\frac{\partial}{\partial \vec{x}}\,\frac{1}{r} \;, \qquad r = |\vec{x}| \;, \qquad \vec{\nabla} \equiv \frac{\partial}{\partial \vec{x}} \quad . \tag{7}$$

(Kann ich □, so lala □, schwierig □)

1.6 Reihen

a. Wogegen konvergiert die folgende Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left\{-\beta\hbar\omega n\right\} \;? \qquad \beta, \hbar, \omega \in \mathbb{R}^+ \tag{8}$$

(Kann ich □, so lala □, schwierig □)

b. Stellen Sie die Taylor-Reihe um $x_0 = 0$ bis zur dritten Ordnung auf von

$$\cos(x) \;. \tag{9}$$

(Kann ich □, so lala □, schwierig □)

1.7 Vektoren

a. Bestimmen Sie das Skalarprodukt der beiden Vektoren

$$\vec{a} \;=\; \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \;, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \;. \tag{10}$$

(Kann ich □, so lala □, schwierig □)

b. Welchen Winkel schließen die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ein?

(Kann ich $\square$, so lala $\square$, schwierig $\square$)

c. Wir betrachten alle reellwertigen differenzierbaren Funktionen auf dem Intervall $[0, L]$, die an den Endpunkten verschwinden, d.h. $f(0) = f(L) = 0$. Überprüfen Sie, ob diese Funktionen einen rellen Vektorraum bilden?

(Kann ich $\square$, so lala $\square$, schwierig $\square$)

1.8 Matrizen

a. Bestimmen Sie das Produkt der beiden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} , \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} . \tag{11}$$

(Kann ich $\square$, so lala $\square$, schwierig $\square$)

b. Ist

$$C = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{12}$$

ein Projektor?

(Kann ich $\square$, so lala $\square$, schwierig $\square$)

c. Worauf projiziert C eigentlich?

(Kann ich $\square$, so lala $\square$, schwierig $\square$)

d. Welche Eigenwerte hat die Matrix

$$C = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} ? \tag{13}$$

(Kann ich $\square$, so lala $\square$, schwierig $\square$)