

Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Kernphysik WS 2015/2016	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
--	----------------------------	---

## Aufgabenblatt 11

### 11.1 Wiederholung harmonischer Oszillator

Wiederholen Sie die quantenmechanische Beschreibung des harmonischen Oszillators.

- Wie lauten die Energieeigenwerte des eindimensionalen harmonischen Oszillators?
- Berechnen Sie die innere Energie  $U(T)$  und die Wärmekapazität  $C(T)$  für den eindimensionalen harmonischen Oszillator im kanonischen Ensemble.
- Stellen Sie  $U(T)$  und  $C(T)$  graphisch dar. Tragen Sie an den Achsen *vernünftige* Größen auf.
- Wie lauten die Energieeigenwerte, die innere Energie  $U(T)$  und die Wärmekapazität  $C(T)$  für den dreidimensionalen harmonischen Oszillator im kanonischen Ensemble?
- Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den entsprechenden klassischen Lösungen.

### 11.2 Zwei identische Teilchen im Kastenpotential

Zwei identische Teilchen befinden sich in einem eindimensionalen Kastenpotential mit unendlich hohen Potentialwänden

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x \leq L \\ \infty & \text{sonst} \end{cases} . \quad (1)$$

- Wie lauten die Energieeigenwerte und die Eigenfunktionen (Ortsdarstellung) für ein Teilchen im Kastenpotential?
- Formulieren Sie den Hamiltonoperator des Zweiteilchensystems. Warum separieren die Eigenfunktionen in einen Orts- und einen Spinanteil?
- Bei den beiden Teilchen handele es sich um Fermionen mit Spin  $s = 1/2$ . Welche Symmetrie muss der Ortsanteil der Eigenfunktion haben, wenn der Spinanteil durch  $S = 1$  beschrieben wird und welche Symmetrie muss der Ortsanteil der Eigenfunktion haben, wenn der Spinanteil durch  $S = 0$  beschrieben wird? Berechnen Sie für beide Fälle die möglichen Energieeigenwerte und Eigenfunktionen.
- Bei den beiden Teilchen handele es sich nun um Bosonen mit Spin  $s = 1$ . Welche Symmetrie muss der Ortsanteil der Eigenfunktion haben, wenn der Spinanteil durch  $S = 2, M = 2$  beschrieben wird? Berechnen Sie für diesen Fall die möglichen Energieeigenwerte und Eigenfunktionen.

### 11.3 Zusatzaufgabe: Bosonen im eindimensionalen harmonischen Oszillator

In der Vorlesung wurde vorgeführt, wie sich die Zustandssumme des kanonischen Ensembles aus  $N$  (spinpolarisierten) Fermionen im eindimensionalen harmonischen Oszillator berechnen läßt. Leiten Sie die entsprechende Zustandssumme für  $N$  (spinlose) Bosonen her.