Universität Bielefeld	Kernphysik	Prof. Dr. Jürgen Schnack
Fakultät für Physik	WS 2015/2016	jschnack@uni-bielefeld.de

Aufgabenblatt 8

8.1 Schwerpunkts- und Relativkoordinaten

Zwei kollidierende Teilchen A und B können entweder durch ihre Koordinaten $\vec{r}_A$ und $\vec{r}_B$ im Laborsystem oder durch die Schwerpunktskoordinaten $\vec{R}$ und die Relativkoordinaten $\vec{r}$ beschrieben werden.

a. Wiederholen Sie, wie diese Koordinaten zusammenhängen und betrachten Sie auch die beteiligten Massen sowie Impulse.

b. Stellen Sie die kinetische Energie in beiden Koordinatensystemen dar und zeigen Sie, dass diese – in der Vorlesung angegebenen – Ausdrücke äquivalent sind.

c. In einem Linearbeschleuniger werden Teilchen A auf Teilchen B geschossen, wobei sich B in Ruhe befindet. Erläutern Sie quantitativ, ob es günstiger ist, leichte Teilchen auf schwere oder schwere Teilchen auf leichte zu schießen. Betrachten Sie dazu das Verhältnis von Relativenergie zu Schwerpunktsenergie.

8.2 Zwei- und Dreiteilchenzerfälle

Als Zweiteilchenzerfall bezeichnet man eine Reaktion der Form $A \to C + D$, als Dreiteilchenzerfall folglich $A \to C + D + E$. Ein Detektor messe in solchen Zerfallsexperimenten die kinetische Energie des Teilchens C. In einem Histogramm werde die Häufigkeit des Auftretens kinetischer Energien von C gegen die kinetische Energie aufgetragen. Für die folgenden Betrachtungen genügt es, wenn Sie die Energien nichtrelativistisch als Summe aus Ruheenergie und kinetischer Energie betrachten.

a. Wie sieht ein solches Spektrum für einen Zweiteilchenzerfall aus. Erklären Sie.

b. Wie sieht ein solches Spektrum für einen Dreiteilchenzerfall aus. Erklären Sie.

c. **Großartige Zusatzaufgabe:** Haben Sie eine Idee, wie man die Form des Spektrums für den Dreiteilchenzerfall motivieren könnte? Schreiben Sie ein Simulationsprogramm, um das Spektrum mit Zufallszahlen zu generieren.

d. Photonen können keinen Zweiteilchenzerfall in zwei andere Photonen durchführen. Das ist nicht sofort ersichtlich, denn Energie- und Impulssatz erlauben eine spezielle Lösung. Welche? Was könnte noch eine Rolle spielen?

8.3 Translationsoperator

In der Quantenmechanik und auch in der Kernphysik spielen Symmetrien eine wichtige Rolle. Als Beispiel sei im Folgenden die Translationssymmetrie (in einer Dimension) betrachtet. Dazu definiert man den folgenden Operator:

$$\underset{\sim}{T}_a \;=\; \mathrm{e}^{-\frac{ia\underset{\sim}{p}}{\hbar}} \,. \tag{1}$$

a. Begründen Sie, dass $\underset{\sim}{T}_a$ unitär ist.

b. Wie wirkt $\underset{\sim}{T}_a$ auf einen Zustand $|\,\phi\,\rangle$? Untersuchen Sie dies am besten in Ortsdarstellung.

c. Was ist $\underset{\sim}{T}_a \underset{\sim}{x} \underset{\sim}{T}_a^\dagger$?

d. Wie wirkt

$$\underset{\sim}{T}_a^{(\mathrm{tot})} \;=\; \mathrm{e}^{-\frac{ia\underset{\sim}{P}}{\hbar}} \;, \quad \underset{\sim}{P} = \sum_k \underset{\sim}{p}_k \tag{2}$$

auf $\underset{\sim}{x}_m - \underset{\sim}{x}_n$, d.h., was ist $\underset{\sim}{T}_a^{(\mathrm{tot})}(\underset{\sim}{x}_m - \underset{\sim}{x}_n)\left(\underset{\sim}{T}_a^{(\mathrm{tot})}\right)^\dagger$?