Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Kernphysik WS 2015/2016	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de

Aufgabenblatt 2

2.1 Gaußsches Wellenpaket

Ein Teilchen sei durch die folgende Wellenfunktion beschrieben:

$$\phi(\vec{x}) \quad = \quad \exp\left\{-\frac{(\vec{x}-\vec{r})^2}{2a} + i\vec{k}\cdot\vec{x}\right\} \ . \tag{1}$$

Dabei sind $a > 0$, $\vec{r}$ und $\vec{k}$ beliebige, aber feste Parameter.

a. Normieren Sie die Wellenfunktion.

b. Berechnen Sie den mittleren Ort $\langle \underset{\sim}{\vec{x}} \rangle$.

c. Berechnen Sie den mittleren Impuls $\langle \underset{\sim}{\vec{p}} \rangle$.

d. Berechnen Sie die Ausdehnung $R = \sqrt{\langle \underset{\sim}{\vec{x}}^2 \rangle - \langle \underset{\sim}{\vec{x}} \rangle^2}$.

2.2 Eindimensionaler Harmonischer Oszillator

Wiederholen oder studieren Sie die Eigenschaften des quantenmechanischen Oszillators in einer Raumdimension.

a. Wie lautet der Hamiltonoperator unter Verwendung von Ort und Impuls sowie unter Verwendung der Auf- und Absteiger?

b. Wie lauten die Energieeigenwerte?

c. Wie lauten die Eigenzustände? Geben Sie die Ortsdarstellung der untersten drei Eigenzustände an.

d. Für den ersten angeregten Zustand des harmonischen Oszillators berechne man die Aufenthaltswahrscheinlichkeit im klassisch verbotenen Bereich. Das Ergebnis ist eine Zahl.

2.3 Eindimensionales Schalenmodell

Selbstverständlich sind Atomkerne dreidimensionale Objekte. Der Einfachheit halber betrachten wir im Folgenden aber einen eindimensionalen Kern. Die vier eindimensionalen Nukleonen werden durch einen simplen Produktzustand beschrieben und befinden sich je zu zweit in den untersten beiden Niveaus eines harmonischen Oszillatorpotentials, für das $\hbar\omega = 16$ MeV ist. Die Masse der Nukleonen sei $m = 939$ MeV$/c^2$.
Sie können zur Auswertung z.B. ein Programm wie Mathematica benutzen.

a. Stellen Sie die Dichte als Funktion von x dar.

b. Berechnen Sie die Ausdehnung

$$R^2_{\text{rms}} = \langle \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left(\underset{\sim}{x}_k - R_{\text{cm}} \right)^2 \rangle \ . \tag{2}$$

c. Berechnen Sie die kinetische Energie.