

Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Theoretische Physik II SS 2013 012	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
--	---------------------------------------	---

**Bitte jede Aufgabe (1.2, 1.2, ...) auf einem neuen Blatt.
Name, Vorname und Matrikelnummer jeweils nicht vergessen.**

1 Wissen

1.1 Quantenmechanik (25 P.)

- Die Quantenmechanik beschreibt zweierlei Zeitentwicklungen: bei Messungen und sonst. Umreißen Sie diese kurz. Worin besteht der grundlegende Unterschied (5 P.)?
- Wie lauten die Kommutatorrelationen für die Drehimpulskomponenten? Was erhält man für den Kommutator der Leiteroperatoren $[\tilde{L}^+, \tilde{L}^-]$ (5 P.)?
- Durch eine spezielle Stern-Gerlach-Apparatur sei das Spin-1/2-System im Zustand $|\alpha\rangle = 0.6 |s_x +\rangle - 0.8 |s_x -\rangle$ präpariert. Wie lautet der Erwartungswert des Operators s_x bezüglich $|\alpha\rangle$ (5 P.)?
- Wie lautet die allgemeine Unbestimmtheitsrelation? Erläutern Sie die vorkommenden Größen (3 P.).
- Wie lauten der Hamiltonoperator und die Energieeigenwerte des Wasserstoffproblems? Geben Sie die Entartung der Energieniveaus an, wenn man den Spin nicht berücksichtigt (5 P.)?
- Wie lauten die Korrekturen der Energieeigenwerte in erster Ordnung nichtentarteter Störungstheorie (2 P.)?

1.2 Spezielle Relativitätstheorie (10 P.)

- Wie lauten die beiden Postulate der Speziellen Relativitätstheorie (4 P.)?
- Erklären Sie: Lichtkegel, zeitartig, raumartig (6 P.)?

2 Können

2.1 Unendlich hohes Kastenpotential (15 P.)

- Leiten Sie die Energieeigenwerte und -eigenfunktionen des unendlich hohen Kastenpotentials her. Stellen Sie zuerst den Hamiltonoperator auf, definieren Sie Bereiche und geben Sie die Randbedingungen an (8 P.).
- Beschreiben Sie formelmäßig die Zeitentwicklung eines beliebigen Zustandes $|\Psi(t)\rangle$. Wie lautet allgemein die Spektraldarstellung des Zeitentwicklungsoperators? Zur Zeit $t = 0$ sei $|\Psi(0)\rangle$ eine Superposition, die zu gleichen Teilen aus dem Grundzustand und dem ersten angeregten Zustand besteht. Mit welcher Frequenz oszilliert der mittlere Ort? Begründen Sie (7 P.).

2.2 δ -Potential (15 P.)

Extrem kurzreichweitige Kräfte werden in der Quantenmechanik oft durch ein Potential beschrieben, das die folgende Form

$$V(x) = \alpha \delta(x) \quad (1)$$

besitzt. α ist dabei eine reelle Konstante. Der Ortsraum ist eindimensional.

- Leiten Sie die Stetigkeitsbedingungen für die Wellenfunktion bei $x = 0$ her (7 P.).
- Bestimmen Sie alle gebundenen Zustände sowie die zugehörigen Energieeigenwerte für $\alpha < 0$ (8 P.).

2.3 Grundzustand im H-Atom (15 P.)

- Lösen Sie die Eigenwertgleichung für das Coulombpotential direkt mit dem Ansatz (10 P.).

$$\phi(r) = e^{-\kappa r}, \quad \kappa > 0. \quad (2)$$

- Bestimmen Sie die Normierungskonstante (5 P.).

3 Weiterdenken

3.1 Ritzsches Variationsverfahren (20 P.)

Der Hamiltonoperator eines eindimensionalen anharmonischen Oszillators habe die folgende Form:

$$\tilde{H} = \frac{p^2}{2m} + \lambda \tilde{x}^4 . \quad (3)$$

Bestimmen Sie approximativ die Grundzustandsenergie mit der Variationswellenfunktion

$$\phi(x) = c \exp \{ -\alpha x^2 \} . \quad (4)$$

3.2 Lorentz-Transformation (20 P.)

Σ und Σ' seien zwei Inertialsysteme. Σ' bewege sich relativ zu Σ mit der Geschwindigkeit v in z -Richtung. Zur Zeit $t = t' = 0$ sei $\Sigma = \Sigma'$.

- a. Die Geschwindigkeit sei $v = 3c/5$. Ein Ereignis habe in Σ' die Koordinaten

$$x' = 10 \text{ m} , \quad y' = 15 \text{ m} , \quad z' = 20 \text{ m} , \quad t' = 4 \cdot 10^{-8} \text{ s} . \quad (5)$$

Bestimmen Sie die Koordinaten des Ereignisses in Σ (10 P.).

- b. Zwei Ereignisse finden in Σ zu den Zeiten $t_1 = z_0/c$ und $t_2 = z_0/(2c)$ an den Orten $(x_1 = 0, y_1 = 0, z_1 = z_0)$ und $(x_2 = 0, y_2 = y_0, z_2 = 2z_0)$ statt. Wie groß muss die Relativgeschwindigkeit v sein, damit die Ereignisse in Σ' gleichzeitig stattfinden? Zu welcher Zeit t' werden die Ereignisse in Σ' beobachtet (10 P.)?

Es können 120 Punkte erreicht werden.

Noten

- $0 \leq P \leq 50 \Rightarrow 5.0$
- $51 \leq P \leq 55 \Rightarrow 4.0$
- $56 \leq P \leq 60 \Rightarrow 3.7$
- $61 \leq P \leq 65 \Rightarrow 3.3$
- $66 \leq P \leq 70 \Rightarrow 3.0$
- $71 \leq P \leq 75 \Rightarrow 2.7$
- $76 \leq P \leq 80 \Rightarrow 2.3$
- $81 \leq P \leq 85 \Rightarrow 2.0$
- $86 \leq P \leq 90 \Rightarrow 1.7$
- $91 \leq P \leq 95 \Rightarrow 1.3$
- $96 \leq P \leq \infty \Rightarrow 1.0$