

Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Kernphysik WS 2013/2014	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
--	----------------------------	---

## Aufgabenblatt 4

### 4.1 Bethe-Weizsäcker-Formel

Berechnen Sie die Masse der Isotope  $^{13}\text{C}$  und  $^{238}\text{U}$  mit Hilfe der Bethe-Weizsäcker-Massenformel und vergleichen Sie mit den experimentellen Daten von G. Audi *et al.*, Nucl. Phys. A **729** (2003) 3-128.

### 4.2 Kopplung von Spins

- Zeigen Sie, dass der Gesamtspin  $\vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$  ein Drehimpuls ist.
- Koppeln Sie zwei Spins mit  $s_1 = s_2 = 1$  und berechnen Sie die zugehörigen Clebsch-Gordan-Koeffizienten. Vergleichen Sie mit der entsprechenden Mathematica-Funktion.

### 4.3 Wechselwirkung zwischen vier Spins

Wir betrachten vier Nukleonen, die jeweils den Spin  $s = 1/2$  tragen. Ihre effektive Spin-Spin-Wechselwirkung werde durch folgenden Hamiltonoperator beschrieben:

$$\underline{H} = -2\frac{J}{\hbar^2} \left( \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 + \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_3 + \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_4 + \vec{s}_2 \cdot \vec{s}_3 + \vec{s}_2 \cdot \vec{s}_4 + \vec{s}_3 \cdot \vec{s}_4 \right) . \quad (1)$$

Bestimmen Sie die Energieeigenwerte dieses Hamiltonoperators sowie deren Entartung. Hinweis: Sie können den Hamiltonoperator durch quadratische Ergänzung nutzbringend umformen. Zur Berechnung der Entartung ist eine Betrachtung der Kopplungsmöglichkeiten hilfreich.

### 4.4 Parität

In Aufgabe 2.2 hieß es: *Selbstverständlich sind Atomkerne dreidimensionale Objekte. Der Einfachheit halber betrachten wir im Folgenden aber einen eindimensionalen Kern. Die vier eindimensionalen Nukleonen werden durch einen simplen Produktzustand beschrieben und befinden sich je zu zweit in den untersten beiden Niveaus eines harmonischen Oszillatorpotentials, für das  $\hbar\omega = 16 \text{ MeV}$  ist.*

Bestimmen Sie die Parität dieses Zustandes.