

Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Kernphysik WS 2013/2014	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
--	----------------------------	---

Bitte jede Aufgabe (1, 2.1, 2.2, ...) auf einem neuen Blatt.

Name, Vorname und Matrikelnummer jeweils nicht vergessen.

1 Wissen (55 P.)

- a. Woraus bestehen Atomkerne? Was bedeutet ${}_{10}^{20}\text{Ne}$? Welche Größe kann man daraus noch ableiten (3 P.)?
- b. Was sind magische Zahlen und was bedeuten sie? Geben Sie einige magische Zahlen an (4 P.).
- c. Geben Sie die Bethe-Weizsäcker-Formel an (ohne Zahlenwerte) und erklären Sie die auftretenden Terme (10 P.).
- d. Bei der Fusion in der Sonne geschieht netto die folgende Reaktion: $4\text{p} \rightarrow {}^4\text{He} + ?$. Was fehlt auf der rechten Seite? Erklären Sie, welche Erhaltungssätze Sie verwendet haben (5 P.).
- e. Erklären Sie, warum Neutronen, die doch frei zerfallen, in stabilen Kernen nicht zerfallen (Skizze!, 5 P.).
- f. Als Zweiteilchenzerfall bezeichnet man eine Reaktion der Form $A \rightarrow C + D$, als Dreiteilchenzerfall folglich $A \rightarrow C + D + E$. A ruht jeweils. Ein Detektor messe in solchen Zerfallsexperimenten die kinetische Energie des Teilchens C . In einem Histogramm werde die Häufigkeit des Auftretens kinetischer Energien von C gegen die kinetische Energie aufgetragen. Erklären Sie, wie sieht ein solches Spektrum für einen Zweiteilchenzerfall sowie für einen Dreiteilchenzerfall aussieht und begründen Sie markante Größen des Spektrums. Sie können nichtrelativistisch rechnen (13 P.).
- g. Wie lautet die normierte Slaterdeterminante aus den orthonormalen Einteilchenzuständen $|\phi_1\rangle$, $|\phi_2\rangle$ und $|\phi_3\rangle$ (5 P.)?
- h. Parität ist nicht in allen Wechselwirkungen erhalten. Erklären Sie, für welche Wechselwirkung sie nicht erhalten ist und wie Frau Wu das 1957 experimentell ermittelt hat (Skizze!, 10 P.).

2 Können

2.1 Altersbestimmung (15 P.)

Für die Altersbestimmung mittels der Radiokarbonmethode benötigen Sie die Halbwertszeit von ^{14}C ; suchen Sie diese aus der Nuklidkarte heraus (1 P.).

- In einem biologischen Material misst man die spezifische Aktivität des ^{14}C zu $A = 15$ Zerfälle pro Stunde und Gramm Kohlenstoff. Es ist bekannt, dass ein Gramm Kohlenstoff $0,5 \cdot 10^{23}$ Kohlenstoffatome enthält und dass $\ln(2)$ (in dieser Teilaufgabe!) etwa Eins ist. Berechnen Sie den Anteil von ^{14}C am gesamten Kohlenstoff (7 P.).
- Die normale spezifische Aktivität von ^{14}C in organischen Substanzen beträgt $0.007 \mu\text{Ci}$ pro Kilogramm. Die verkohlten Reste einer Feuerstelle eines alten Lagerplatzes haben die Aktivität von $0.00175 \mu\text{Ci}$ pro Kilogramm. Berechnen Sie, wann der Lagerplatz zuletzt benutzt wurde (7 P.)

2.2 Zwei identische Teilchen im Kastenpotential(20 P.)

Zwei identische Teilchen befinden sich in einem eindimensionalen Kastenpotential mit unendlich hohen Potentialwänden

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x \leq L \\ \infty & \text{sonst} \end{cases} . \quad (1)$$

- Wie lauten die Energieeigenwerte und die Eigenfunktionen (Ortsdarstellung) für ein Teilchen im Kastenpotential (5 P.)?
- Formulieren Sie den Hamiltonoperator des Zweiteilchensystems. Warum separieren die Eigenfunktionen in einen Orts- und einen Spinanteil (5 P.)?
- Bei den beiden Teilchen handele es sich um Fermionen mit Spin $s = 1/2$. Welche Symmetrie muss der Ortsanteil der Eigenfunktion haben, wenn der Spinanteil durch $S = 1$ beschrieben wird und welche Symmetrie muss der Ortsanteil der Eigenfunktion haben, wenn der Spinanteil durch $S = 0$ beschrieben wird? Berechnen Sie für beide Fälle die möglichen Energieeigenwerte und (unnormierten) Eigenfunktionen (5 P.).
- Bei den beiden Teilchen handele es sich nun um Bosonen mit Spin $s = 1$. Welche Symmetrie muss der Ortsanteil der Eigenfunktion haben, wenn der Spinanteil durch $S = 2, M = 2$ beschrieben wird? Berechnen Sie für diesen Fall die möglichen Energieeigenwerte und (unnormierten) Eigenfunktionen (5 P.).

3 Weiterdenken

3.1 Paritätserlaubte α -Zerfälle (20 P.)

Beim α -Zerfall wird ein ${}^4\text{He}$ -Kern im Zustand 0^+ mit der Drehimpulsquantenzahl L emittiert.

- Koppeln Sie einen Spin $s_1 = 7/2$ mit einem Spin $s_2 = 2$. Welche Gesamtspins können resultieren? Überprüfen Sie die Dimensionen des Produkthilbertraumes und die Summe der Dimensionen der Hilberträume zu dem Gesamtspins. Das sollte gleich sein (5 P.).
- Koppeln Sie drei Spins $s_1 = 1/2$, $s_2 = 3$ und $s_3 = 3/2$. Welche Gesamtspins können resultieren? Überprüfen Sie die Dimensionen des Produkthilbertraumes und die Summe der Dimensionen der Hilberträume zu dem Gesamtspins. Das sollte gleich sein. Doch Vorsicht, hier treten manche Gesamtspins mehrfach auf (5 P.).
- In welche Zustände kann ein 0^- -Kern über den α -Zerfall zerfallen? Geben Sie eine analytische Formel an (5 P.).
- Kann ein 2^+ -Kern in einen 4^- -Kern zerfallen? Begründen Sie (5 P.).

3.2 Schalenmodell für Fermionen (10 P.)

Wir untersuchen im Folgenden das Schalenmodell eines Kernes, das durch einen dreidimensionalen harmonischen Oszillator mit $\hbar\omega = 16 \text{ MeV}$ gegeben sein soll. Zur Vereinfachung betrachten wir auch nur eine Nukleonensorte, z.B. die Protonen. Berechnen Sie die Energieeigenwerte als Funktion von N bis $N = 25$ und stellen Sie diese skizzenhaft graphisch dar. Kann man in diesem Modell magische Zahlen finden? Wenn ja, welche? Sieht man das an der Skizze? Wie?

Es können 120 Punkte erreicht werden.

Noten

- $0 \leq P \leq 50 \Rightarrow 5.0$
- $51 \leq P \leq 55 \Rightarrow 4.0$
- $56 \leq P \leq 60 \Rightarrow 3.7$
- $61 \leq P \leq 65 \Rightarrow 3.3$
- $66 \leq P \leq 70 \Rightarrow 3.0$
- $71 \leq P \leq 75 \Rightarrow 2.7$
- $76 \leq P \leq 80 \Rightarrow 2.3$
- $81 \leq P \leq 85 \Rightarrow 2.0$
- $86 \leq P \leq 90 \Rightarrow 1.7$
- $91 \leq P \leq 95 \Rightarrow 1.3$
- $96 \leq P \leq \infty \Rightarrow 1.0$