

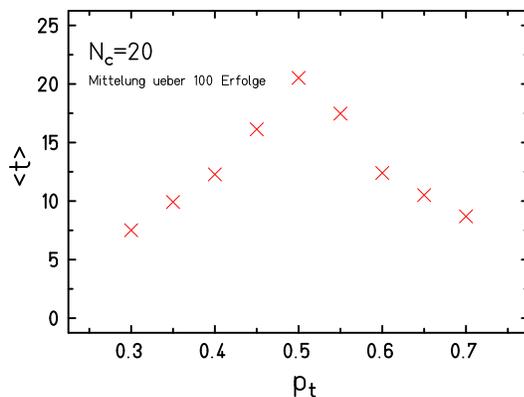
Aufgabenblatt 10

10.1 Metastasenbildung als Beispiel für Zufallsprozesse

Im Kolloquiumsvortrag von Prof. Timothy Newman am 4. Juni 2012 wurde folgendes Modell vorgestellt: Ein Krebsgeschwür sendet Zellen aus, die sich woanders einnisten. Ob sie dort überleben, hängt davon ab, ob der Zellhaufen zu einer kritischen Größe N_c heranwachsen kann. Diesen Prozess kann man diskretisieren. In jedem Zeitschritt kann sich jede vorhandene Zelle mit der Wahrscheinlichkeit p_t teilen oder mit der Wahrscheinlichkeit p_s sterben. Es gilt $p_t + p_s = 1$.

Man kann jetzt bei gegebenem p_t diesen stochastischen Prozess durch Zufallszahlen simulieren. Dazu würfelt man in jedem Zeitschritt für jede lebende Zelle eine zwischen 0 und 1 gleichverteilte Zufallszahl r . Wenn $r > p_t$, dann stirbt die Zelle, sonst teilt sie sich.

Die Frage ist, welche Zeit die erfolgreichen Kolonien als Funktion von p_t durchschnittlich brauchen, um die Größe N_c zu erreichen.



Untersuchen Sie dieses Verhalten, indem Sie für ein N_c Ihrer Wahl verschiedene Werte von p_t durchspielen. Die Graphik zeigt eine Simulation, die ich selbst durchgeführt habe. Damit man in endlicher Zeit auch ein Resultat bekommt, sollte man N_c nicht zu groß wählen und sich von $p_t = 0.5$ schrittweise zu kleineren p_t vorarbeiten. Die Rechnungen für $p_t > 0.5$ gehen sehr schnell.

10.2 Zusatzaufgabe: Metropolis-Algorithmus

Schauen Sie sich das Mathematica-Notebook zum Ising-Modell an und versuchen Sie zu verstehen, wie es funktioniert. Sie können die Parameter ändern oder zum Beispiel die Wirkung eines externen Magnetfeldes zum Hamiltonoperator hinzufügen. Viel Spaß.