

Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Computerphysik SS 2012	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
--	---------------------------	---

Aufgabenblatt 9

9.1 Shift-Register-Generator

Untersuchen Sie den in der Vorlesung „erfundenen“ Shift-Register-Generator. Er war für Bits x_k wie folgt definiert:

$$x_k = x_{k-p} \text{ XOR } x_{k-p+q}, \quad (1)$$

mit $p = 10$ und $q = 3$. Die Anfangswerte waren

$$x_1, \dots, x_{10} = 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0. \quad (2)$$

- Schreiben Sie ein Programm in einer Hochsprache Ihrer Wahl (C, Fortran), das weitere Bits entsprechend der Regel (1) generiert. Bei C können Sie dazu den Operator \wedge verwenden, der für zwei Integer bitweise eine XOR-Operation durchführt. Dazu ist es natürlich günstig, jedes Bit durch einen Integer zu repräsentieren.
- Dieser Generator hat eine Periode, die nicht sehr groß ist. Finden Sie diese heraus.
- Generieren Sie aus diesen Bits zuerst natürliche Zahlen I_k von 10 Bit Länge und anschließend rationale Zahlen R_k :

$$I_k = \sum_{i=0}^9 x_{k-i} 2^i, \quad k \geq 10; \quad (3)$$

$$R_k = \frac{I_k}{2^{10}}. \quad (4)$$

Welchen Wertebereich haben die erzeugten rationalen Zufallszahlen R_k ?

Tragen Sie die rationalen Zufallszahlen als Paare in zwei Dimensionen graphisch auf. Lassen sich mit dem bloßen Auge Korrelationen erkennen?

- Erzeugen Sie zum Vergleich Zufallszahlen mit einem professionellen Zufallszahlengenerator, wie z.B. dem „Mersenne-Twister“, und tragen Sie auch diese zum Vergleich in zwei Dimensionen graphisch auf.

Der Source-Code für den Generator befindet sich in der Datei `mt199937ar.c`. Dieser entspricht der auf der Homepage der Erfinder (Matsumoto und Nishimura) frei verfügbaren Version.

9.2 Monte-Carlo-Integration

- a. Berechnen Sie das Integral der Funktion $\exp(x)$ in den Grenzen von 0 bis 1 mit der Mittelwertmethode. Wählen Sie zunächst eine feste Anzahl von MC-Iterationen. Wiederholen Sie bei dieser Anzahl Ihre MC-Integration viele Male und sehen Sie sich die Streuung der Ergebnisse (einer einzelnen MC-Integration) in einem Histogramm an. Wiederholen Sie anschließend diesen Versuch mit einer höheren Anzahl von MC-Iterationen pro MC-Integration. Wie hängt die Streuungsbreite von der Zahl der Monte-Carlo-Iterationen ab?
- b. Berechnen Sie das eindimensionale Integral

$$\int_0^1 \frac{x^2 e^x}{1 - x + x e^x} dx \quad (5)$$

mit der Mittelwertmethode, einmal mit und einmal ohne Importance-Sampling. Vergleichen Sie wie zuvor die Ergebnisse für verschiedene Anzahlen von MC-Iterationen mit Hilfe entsprechender Histogramme. Für genaue Analysen der Histogramme können Sie versuchen, an diese Gaußsche Normalverteilungen anzufitten.