Universität Bielefeld	Theoretische Physik I	Prof. Dr. Jürgen Schnack
Fakultät für Physik	WS 2011/2012	jschnack@uni-bielefeld.de

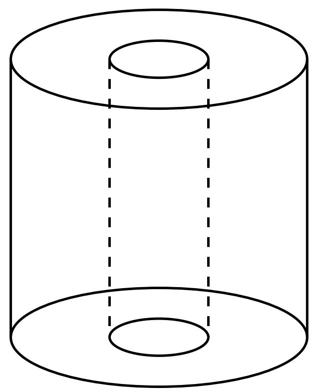
Aufgabenblatt 11

11.1 Kraft zweier paralleler Drähte

a. Berechnen Sie ausgehend von den Ihnen bekannten Gesetzen der Elektrodynamik die Kraft, die zwei parallele und unendlich lange Drähte aufeinander ausüben. Die Drähte sollen den Abstand a haben. Da sie unendlich lang sind, muss die Kraft als Kraft pro Längeneinheit angegeben werden.

b. Informieren Sie sich über die historische Definition des Ampere und prüfen Sie nach, ob Ihre Formel das leistet.

11.2 Magnetische Induktion eines Hohlleiters



Ein unendlich langer Hohlzylinder mit Innenradius R_1 und Außenradius $R_2 > R_1$ wird homogen vom Strom I durchflossen.

a. Berechnen Sie die magnetische Induktion $\vec{B}$ im ganzen Raum.

b. Skizzieren Sie $|\vec{B}|$ als Funktion des Abstands von der z-Achse, die im Zentrum des Hohlleiters verlaufen soll.

11.3 Mathematische Fingerübungen III

Die folgenden Rechnungen werden Sie bei der Behandlung von Feldern immer wieder brauchen.

a. Nehmen Sie an, Sie haben eine Funktion $f(x)$. Für die Funktion $g(x)$ gelte

$$g(x) \quad = \quad f(x-a) \ . \tag{1}$$

a ist dabei eine beliebige Konstante. Beschreiben Sie verbal, wie sich die Funktionen zueinander verhalten. Skizzieren Sie dazu ein Beispiel.

b. Schreiben Sie jetzt die rechte Seite als Taylorreihe in a und verwenden Sie, dass

$$\frac{\partial}{\partial x} f = -\frac{\partial}{\partial a} f . \tag{2}$$

c. Begründen Sie, dass man diese Reihe wie folgt zusammenfassen kann

$$g(x) = \exp\left[-a\frac{\partial}{\partial x}\right] f(x) . \tag{3}$$

Wie könnte man $\exp\left[-a\frac{\partial}{\partial x}\right]$ nennen?

d. Wie denken Sie sieht die dreidimensionale Verallgemeinerung für

$$g(\vec{x}) = f(\vec{x} - \vec{a}) \tag{4}$$

aus?

11.4 Zusatzaufgabe: Rotierende Hohlkugel

Auf der Oberfläche einer Hohlkugel mit dem Radius R sei eine Ladung Q gleichmäßig verteilt. Die Kugel rotiere mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um eine beliebige, aber feste Achse durch den Mittelpunkt.

a. Bestimmen Sie die durch die Rotation verursachte Stromdichte $\vec{j}(\vec{r})$. Stellen Sie dazu zuerst die Ladungsdichte mit Hilfe der Delta-Funktion dar.

b. Berechnen Sie das von $\vec{j}(\vec{r})$ hervorgerufene magnetische Moment der Kugel. Verwenden Sie die Beziehung

$$\vec{m} = \frac{1}{2}\int \mathrm{d}^3r\, \vec{r} \times \vec{j}(\vec{r}) . \tag{5}$$

c. Leiten Sie die Komponenten des Vektorpotentials $\vec{A}(\vec{r})$ ab. Unterscheiden Sie dabei zwischen Innen- und Außenraum der Kugel.

d. Zeigen Sie, dass die magnetische Induktion $\vec{B}(\vec{r})$ im Außenraum die eines magnetischen Dipols ist.