

Aufgabenblatt 10

10.1 Lorentzkraft

Es seien \vec{E}, \vec{B} konstante Felder mit $\vec{E} \times \vec{B} \neq 0$. Man untersuche, ob bzw. wann eine geradlinige Bewegung

$$\vec{v}(t) = f(t) \cdot \vec{v}_0 \quad (1)$$

als Lösung der Bewegungsgleichung

$$m\dot{\vec{v}} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \quad (2)$$

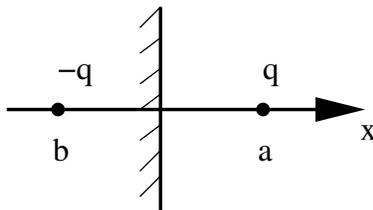
möglich ist. Wie sehen gegebenenfalls $f(t)$ und \vec{v}_0 aus?

10.2 Spiegelladungsmethode: relaxierende Bildladung

Im dreidimensionalen Raum (kart. Koordinaten x, y, z) sei der Halbraum $x \leq 0$ metallisch, der Halbraum $x > 0$ sei Vakuum. Eine Punktladung bei $a > 0$ auf der x -Achse influenziere auf der Grenzfläche eine Ladungsverteilung, die für $x > 0$ dasselbe elektrische Feld erzeugt wie eine Punktladung $-q$ bei $b < 0$ auf der x -Achse. a und b können zeitabhängig sein, und es gelte die Relaxatorgleichung mit einer Zeitkonstanten τ :

$$\dot{b}(t) = -\frac{1}{\tau} (b(t) + a(t)) . \quad (3)$$

- Es sei $a(t) = a_0 + \alpha \sin(\omega t)$ als erzwungene Schwingung vorgegeben. Man gebe dazu die eingeschwungene Antwort $b(t)$ für $t \rightarrow \infty$ an.
- Mit diesem Ergebnis entwickle man die Coulombkraft zwischen q und $-q$ bis zur ersten Ordnung in α/a_0 .
- Welche Energie wird dann bei einem Schwingungszyklus der Punktladung q durch die Coulombwechselwirkung übertragen?



Literatur: Jackson, Klassische Elektrodynamik, Abschnitt 2.1

10.3 Mathematische Fingerübungen II

Die folgenden Rechnungen werden Sie bei der Behandlung von Feldern immer wieder brauchen.

a. Es sei

$$f(x, a) = g(x - a) . \quad (4)$$

Zeigen Sie, dass

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, a) = -\frac{\partial}{\partial a} f(x, a) . \quad (5)$$

b. Geben Sie die Taylorreihe für die Entwicklung von $f(x)$ um $x = x_0$ an.

c. Es sei jetzt wieder

$$f(x, a) = g(x - a) . \quad (6)$$

Geben Sie die Taylorreihe für die Entwicklung von $f(x, a)$ um $a = 0$ an. Schreiben Sie am Ende die Ableitungen nach a in Ableitungen nach x um.

Ich wünsche Ihnen frohe Weihnachten und
ein gesegnetes und erfolgreiches Neues Jahr!