

## Aufgabenblatt 10

### 10.1 Lorentzkraft

Es seien  $\vec{E}, \vec{B}$  konstante Felder mit  $\vec{E} \times \vec{B} \neq 0$ . Man untersuche, ob bzw. wann eine geradlinige Bewegung

$$\vec{v}(t) = f(t) \cdot \vec{v}_0 \quad (1)$$

als Lösung der Bewegungsgleichung

$$m\dot{\vec{v}} = q \left( \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \quad (2)$$

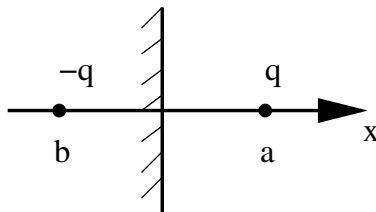
möglich ist. Wie sehen gegebenenfalls  $f(t)$  und  $\vec{v}_0$  aus?

### 10.2 Spiegelladungsmethode: relaxierende Bildladung

Im dreidimensionalen Raum (kart. Koordinaten  $x, y, z$ ) sei der Halbraum  $x \leq 0$  metallisch, der Halbraum  $x > 0$  sei Vakuum. Eine Punktladung bei  $a > 0$  auf der  $x$ -Achse influenziere auf der Grenzfläche eine Ladungsverteilung, die für  $x > 0$  dasselbe elektrische Feld erzeugt wie eine Punktladung  $-q$  bei  $b < 0$  auf der  $x$ -Achse.  $a$  und  $b$  können zeitabhängig sein, und es gelte die Relaxatorgleichung mit einer Zeitkonstanten  $\tau$ :

$$\dot{b}(t) = -\frac{1}{\tau} (b(t) + a(t)) . \quad (3)$$

- Es sei  $a(t) = a_0 + \alpha \sin(\omega t)$  als erzwungene Schwingung vorgegeben. Man gebe dazu die eingeschwungene Antwort  $b(t)$  für  $t \rightarrow \infty$  an.
- Mit diesem Ergebnis entwickle man die Coulombkraft zwischen  $q$  und  $-q$  bis zur ersten Ordnung in  $\alpha/a_0$ .
- Welche Energie wird dann bei einem Schwingungszyklus der Punktladung  $q$  durch die Coulombwechselwirkung übertragen?



**Literatur:** Jackson, Klassische Elektrodynamik, Abschnitt 2.1

### 10.3 Mathematische Fingerübungen II

Die folgenden Rechnungen werden Sie bei der Behandlung von Feldern immer wieder brauchen.

a. Es sei

$$f(x, a) = g(x - a) . \quad (4)$$

Zeigen Sie, dass

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, a) = -\frac{\partial}{\partial a} f(x, a) . \quad (5)$$

b. Geben Sie die Taylorreihe für die Entwicklung von  $f(x)$  um  $x = x_0$  an.

c. Es sei jetzt wieder

$$f(x, a) = g(x - a) . \quad (6)$$

Geben Sie die Taylorreihe für die Entwicklung von  $f(x, a)$  um  $a = 0$  an. Schreiben Sie am Ende die Ableitungen nach  $a$  in Ableitungen nach  $x$  um.

Ich wünsche Ihnen frohe Weihnachten und  
ein gesegnetes und erfolgreiches Neues Jahr!