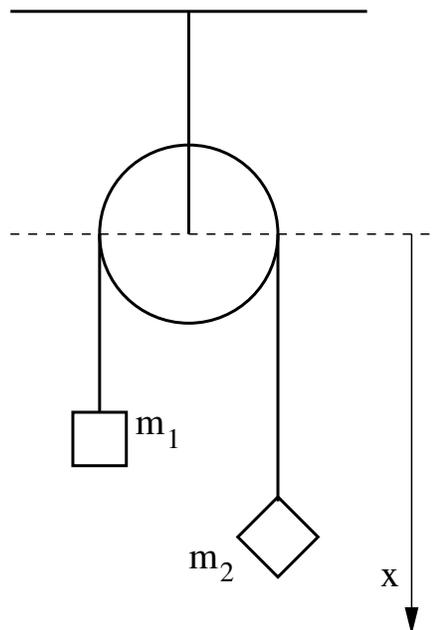


## Aufgabenblatt 2

### 2.1 Massen an einer Rolle (Atwoodsche Fallmaschine)

Zwei Massen  $m_1$  und  $m_2$  ( $m_1 < m_2$ ), die über einen Faden der Länge  $L$  miteinander verbunden sind, seien der Schwerkraft ausgesetzt.

- Wie lauten die Bewegungsgleichungen für  $m_1$  und  $m_2$ ?
- Berechnen Sie die Beschleunigungen der beiden Massen als Funktion von  $m_1$  und  $m_2$ .
- Wie groß ist die Fadenspannung?



### 2.2 Rotierendes Bezugssystem

Zum Zeitpunkt  $t = 0$  seien die Koordinatensysteme  $K$  und  $K'$  deckungsgleich.  $K$  sei ein Inertialsystem. Das Koordinatensystem  $K'$  drehe sich um die  $z$ -Achse entgegen dem Uhrzeiger mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ . Im Koordinatensystem  $K$  bewege sich die Masse  $m$  mit konstanter Beschleunigung auf der  $x$ -Achse. Zur Zeit  $t = 0$  starte sie im Ursprung mit der Anfangsgeschwindigkeit  $v = 0$ .

- Skizzieren Sie die Situation.

- b. Wie lautet das Orts-Zeit-Gesetz im Koordinatensystem  $K$ ?
- c. Beschreiben Sie die Bahnkurve, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung im Koordinatensystem  $K'$ . Überlegen Sie sich dazu, welche Koordinaten ein Punkt  $\vec{x}$  aus  $K$  in  $K'$  hat.
- d. Kommentieren Sie die in der Beschleunigung auftretenden Terme.

### 2.3 Eindimensionale Bewegung mit Reibungskraft

Ein Körper bewege sich in einer Dimension unter dem Einfluß der Reibungskraft  $f(v)$  nach folgender Bewegungsgleichung

$$m \dot{v} = f(v) , \quad v \geq 0 . \quad (1)$$

Die Reibungskraft ist durch zwei Parameter charakterisiert, die Haftreibung  $H$  und den Reibungskoeffizienten  $\gamma$ , sie hat die Form

$$f(v) = -H \left[ 1 + \left( \frac{\gamma v}{H} \right)^n \right]^{\frac{1}{n}} . \quad (2)$$

- a. Man bestimme den Grenzwert von  $f(v)$  für  $v \rightarrow 0$  sowie das asymptotische Verhalten für  $v \rightarrow \infty$ .
- b. Wie verhält sich die Reibungskraft für  $n \rightarrow \infty$ ?
- c. Skizzieren Sie den Verlauf von  $f(v)$  für  $n = 2$  und  $n \rightarrow \infty$ .
- d. Im weiteren sei  $n = 2$ . Geben Sie die Lösung  $v(t)$  der Bewegungsgleichung. Trennen Sie dazu die Variablen und verwenden Sie Hyperbelfunktionen. Machen Sie sich vorher die Eigenschaften der Hyperbelfunktionen klar. Zeigen bzw. ermitteln Sie:

$$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1 \quad (3)$$

$$\sinh(x + y) = ? , \quad \cosh(x + y) = ? \quad (4)$$

$$\sinh'(x) = ? , \quad \cosh'(x) = ? \quad (5)$$

$$\operatorname{arsinh}'(x) = ? , \quad \operatorname{arcosh}'(x) = ? \quad (6)$$

Stellen Sie die Umkehrfunktionen mittels  $\ln$  dar.

- e. Bestimmen Sie die Stoppzeit und stellen Sie diese als Funktion der Anfangsgeschwindigkeit graphisch dar.
- f. Bestimmen Sie die Wegstrecke, auf der ein Körper mit der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  zum Stehen kommt.
- g. Ein Mann ( $m = 80$  kg,  $H = 100$  N,  $\gamma = 500$  kg/s) springt vom 10-Meter-Turm. Reicht die Beckentiefe von 3 Metern? Die Reibung in Luft kann vernachlässigt werden.