

Aufgabenblatt 13

13.1 Mittlere Besetzungszahl des Einteilchenzustandes

- a. Geben Sie die Formel für die mittlere Besetzungszahl \bar{n} des Einteilchenzustandes für ideale Fermionen an und erläutern Sie die auftretenden Größen.
- b. Bestimmen Sie die Energie ε , bei der $\bar{n}(\varepsilon)$ einen Wendepunkt hat.
- c. Begründen Sie, warum $\mu(T = 0) = \varepsilon_F$.

13.2 Zweidimensionales Fermigas

Betrachten Sie analog zur Vorlesung ein zweidimensionales Fermigas aus Fermionen mit einem Spin $s = 1/2$. Die Abmessung des Systems betrage $L \times L$, die Eigenzustände sollen periodische Randbedingungen am Rand der Zelle erfüllen.

- a. Geben Sie den Hamiltonoperator des Systems sowie seine Eigenwerte und Eigenvektoren an.
- b. Skizzieren Sie in einem zweidimensionalen Koordinatensystem die erlaubten \vec{k} -Quantenzahlen und begründen Sie, warum die im Grundzustand besetzten \vec{k} -Quantenzahlen für große N in guter Näherung eine Kreisfläche bilden.
- c. Berechnen Sie ε_F als Funktion der Dichte $\rho = N/L^2$.
- d. Berechnen Sie die Einteilchenzustandsdichte $g(\varepsilon)$.
- e. **Zusatzaufgabe:** Berechnen Sie das chemische Potential, die innere Energie und die Wärmekapazität bis zur quadratischen Ordnung in T (analog zur Vorlesung).