

Aufgabenblatt 3

3.1 Wirkungsgrad des Otto-Motors

Ein Viertakt-Otto-Motor arbeitet nicht als Carnot-Maschine, sondern er hat einen anderen Zyklus, bei dem keine Isothermen sondern Isochoren vorkommen, siehe Abbildung 1.

- a. Zeigen Sie, dass der Wirkungsgrad des Otto-Motors

$$\eta = 1 - r^{1-\gamma} \quad (1)$$

ist. Dabei ist $r = V_1/V_2$ die sogenannte Kompression (Verdichtung) und $\gamma = C_p/C_V$. Nehmen Sie an, dass das Arbeitsmedium in guter Näherung ein ideales Gas ist.

- b. Diskutieren Sie die Rolle der Verdichtung für den Wirkungsgrad.

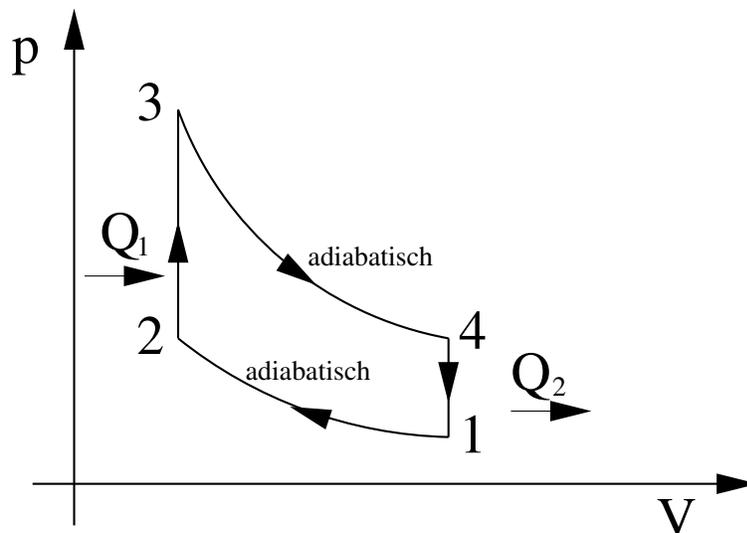


Abbildung 1: Zyklus eines Otto-Motors aus adiabatischer Kompression ($1 \Rightarrow 2$), isochorer Erwärmung ($2 \Rightarrow 3$), adiabatischer Expansion ($3 \Rightarrow 4$) und isochorer Abkühlung ($4 \Rightarrow 1$).

3.2 Ableitungen von C_V und C_p

a. Zeigen Sie, dass C_V und C_p wie folgt geschrieben werden können:

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V, \quad (2)$$

$$C_p = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_p = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p. \quad (3)$$

b. Zeigen Sie, dass für die Ableitungen gilt

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_V, \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial C_p}{\partial p} \right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2} \right)_p. \quad (5)$$

Nutzen Sie dabei z.B.

$$\left(\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p \right)_T = \left(\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T \right)_p. \quad (6)$$

3.3 Das muss Liebe sein!

Ein Mann möchte seiner Frau einen Kaffee kochen. Leider gab es einen Stromausfall. Der Mann entscheidet sich, dass Wasser in der Thermoskanne durch Schütteln zum Kochen zu bringen. Er füllt 100 ml Wasser von 15°C in die Thermoskanne. Bei jedem Schüttelvorgang fällt das Wasser 30 cm tief, wobei sich die potentielle Energie in Wärme umwandelt. Der Mann schüttelt 30 mal in der Minute. Wie lange muss er die Thermoskanne schütteln, um 100°C zu erreichen? Hängt die Zeit überhaupt von der Wassermenge ab?

3.4 Adiabaten des idealen Gases

Leiten Sie die Zustandsgleichungen für die Adiabaten des idealen Gases her. Nutzen Sie dabei

$$U = \frac{3}{2} N k_B T \quad (7)$$

und

$$pV = N k_B T \quad (8)$$

sowie den ersten Hauptsatz für adiabatische Prozesse.