

## Aufgabenblatt 7

### 7.1 Lenz-Vektor

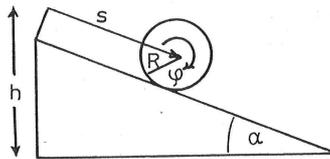
Der Lenzsche Vektor kann wie folgt definiert werden

$$\vec{A} = \dot{\vec{r}} \times \vec{L} + V(r)\vec{r}. \quad (1)$$

- Berechnen Sie die Zeitableitung des Lenz-Vektors. Nutzen Sie dabei die Drehimpulserhaltung und schreiben Sie  $\dot{\vec{r}}$  mit Hilfe des Potentials um.
- Für welche Potentialformen ist der Lenz-Vektor eine Erhaltungsgröße?
- Berechnen Sie den Betrag von  $\vec{A}$ .
- Wohin zeigt der Lenz-Vektor? Fertigen Sie eine Skizze an.

### 7.2 Abrollender Vollzylinder

Ein Vollzylinder soll auf einer schiefen Ebene ohne Schlupf abrollen. Diese Bewegung kann man einerseits unter Nutzung holonomer Zwangsbedingungen und andererseits durch Reduktion auf eine generalisierte Koordinate beschreiben.



- Stellen Sie die Lagrangefunktion in den Koordinaten  $s$  und  $\phi$  sowie den zugehörigen Geschwindigkeiten auf. Dazu benötigen Sie die Rotationsenergie eines Zylinders. Suchen Sie sich das mal raus. Eventuell hatten Sie das auch in der Experimentalphysik behandelt.
- Formulieren Sie die Zwangsbedingung.
- Stellen Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen mit der Zwangsbedingung auf.
- Differenzieren Sie die Zwangsbedingung so, dass Sie  $\ddot{s}$  durch  $\ddot{\phi}$  ausdrücken, damit eliminieren Sie  $\ddot{\phi}$  in der Differentialgleichung für  $\phi$ . Die erhaltene Relation zwischen  $\ddot{s}$  und dem Lagrange-Parameter  $\lambda$  setzen Sie in die DGL für  $s$  ein. Das gibt jetzt  $\lambda$  als Funktion von  $m$ ,  $g$  und  $\alpha$ .
- Berechnen Sie die Zwangskräfte. Wie könnte man diese interpretieren?
- Wie lauten die endgültigen Bewegungsgleichungen für  $s$  und  $\phi$ ? Wie lauten die Lösungen  $s(t)$  und  $\phi(t)$ ?
- Lösen Sie jetzt das Problem noch einmal, aber ohne Zwangskräfte, d.h. indem Sie eine Koordinate eliminieren.