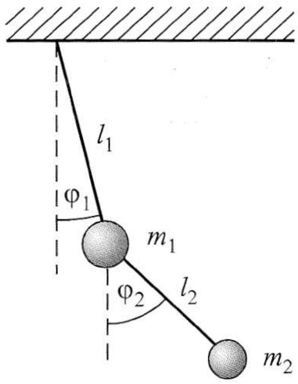
Universität Bielefeld	Theoretische Physik I	Prof. Dr. Jürgen Schnack
Fakultät für Physik	WS 2009/2010	jschnack@uni-bielefeld.de

Aufgabenblatt 6

6.1 Ebenes Doppelpendel

Zwei Massen m_1 und m_2 sind in in Form eines Doppelpendels mit den Längen l_1 und l_2 unter dem Einfluß der Erdanziehung aufgehängt, siege Graphik.



a. Stellen Sie die Lagrangefunktion auf in geeigneten generalisierten Koordinaten auf.

b. Leiten Sie die Bewegungsggleichungen ab.

c. Integrieren Sie die Bewegungsggleichungen für kleine Schwingungen und den Spezialfall $m_1 = m_2$, $l_1 = l_2$. Das ist eine gute Gelegenheit, ein einschlägiges Lehrbuch zur Hand zu nehmen.

d. Wie sieht unter diesen Annahmen die Schwingung für die Anfangsbedingungen $\phi_1(0) = \phi_2(0) = 0$, $\dot{\phi}_2(0) = 0$ und $\dot{\phi}_1(0) = \dot{\phi}_0$ aus?

e. **Zusatzaufgabe:** Integrieren Sie die ursprünglichen, d.g. nicht genäherten Bewegungsgleichungen z.B. mit Mathematica numerisch auf für $\phi_1(0) = 3, \phi_2(0) = 2$, $\dot{\phi}_1(0) = \dot{\phi}_2(0) = 0$, $l_1 = l_2 = 1$ m, $m_1 = 4$ kg, $m_1 = 1$ kg.

6.2 Einfaches Model eines Moleküls

Zwei Massenpunkte (Teilchen) mit Massen m_1 und m_2 wechselwirken über eine Federkraft und bewegen sich ansonsten im dreidimensionalen Raum.

a. Stellen Sie in den Koordinaten $\vec{x}_1$, $\vec{x}_2$ der beiden Teilchen sowie den zugehörigen Geschwindigkeiten die Lagrangefunktion auf und bestimmen Sie die zugehörigen Euler-Lagrange-Gleichungen.

b. Transformieren Sie die Lagrangefunktion auf Schwerpunkts- und Relativkoordinaten. Dabei ist der Schwerpunkt als

$$\vec{X}_{12} = \frac{m_1\vec{x}_1 + m_2\vec{x}_2}{m_1 + m_2} \tag{1}$$

definiert und die Relativkoordinate als

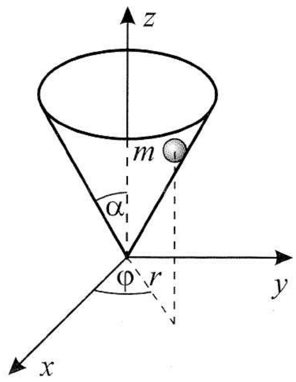
$$\vec{x}_{12} = \vec{x}_1 - \vec{x}_2 \ . \tag{2}$$

Die verallgemeinerten Geschwindigkeiten ergeben sich durch Zeitableitung. Stellen Sie die zugehörigen Euler-Lagrange-Gleichungen auf.

c. Was können Sie über die Bewegung des Schwerpunktes sagen?

6.3 Teilchen in Kreiszylinder

Eine Punktmasse m gleitet reibungsfrei auf der Innenseite eines Kreiskegels (umgedrehte Schultüte).



a. Stellen Sie die Lagrangefunktion in Zylinderkoordinaten auf. Nutzen die Zwangsbedingung zur Eleminierung der z-Koordinate.

b. Leiten Sie die Bewegungsggleichungen ab.

c. Es gibt zwei Erhaltungsgrößen in diesem Problem. Welche sind das?

d. Wie lautet das Integral für $r(t)$ und wie das für $\phi(t)$ unter Verwendung der Erhaltungsgrößen?

e. Was denken Sie, wie die Bewegung aussieht? Beschreiben Sie die Bewegung.