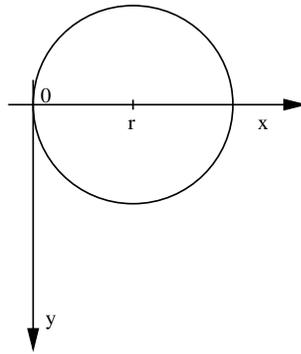


Aufgabenblatt 5

5.1 Ringbahn



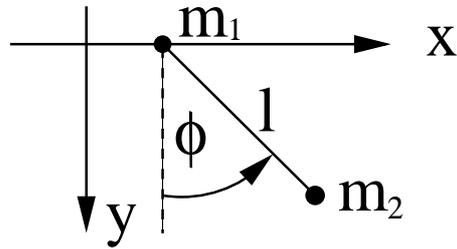
Eine Perle der Masse m bewege sich reibungsfrei unter dem Einfluß der Schwerkraft $-\vec{g} = g\vec{e}_y$ auf einer ringförmigen Bahn.

- Stellen Sie die Lagrangefunktion auf. Verwenden Sie dazu eine geeignete verallgemeinerte Koordinate.
- Stellen Sie die Euler-Lagrange-Gleichung auf und leiten Sie die Bewegungsgleichung für die verallgemeinerte Koordinate her.
- Die Perle ruhe zur Zeit $t = 0$ im Koordinatenursprung. In welcher Zeit durchläuft sie den unteren Halbkreis, wenn dieser den Radius $r = 1$ m hat?

5.2 Lagrangefunktion und Euler-Lagrange-Gleichung

- Geben Sie die Lagrangefunktion eines isotropen dreidimensionalen harmonischen Oszillators und die zugehörigen Euler-Lagrange-Gleichungen in kartesischen Koordinaten an.
- Geben Sie die Lagrangefunktion eines isotropen dreidimensionalen harmonischen Oszillators und die zugehörigen Euler-Lagrange-Gleichungen in Kugelkoordinaten an.
- Geben Sie die Lagrangefunktion und die zugehörigen Euler-Lagrange-Gleichungen für die Bewegung im homogenen Schwerfeld an der Erdoberfläche an.

5.3 Schwingende Hantel



Eine Hantel bestehe aus den beiden Massen m_1 und m_2 im Abstand l . Die Masse m_1 der Hantel kann sich reibungsfrei entlang einer horizontalen Geraden bewegen. Auf beide Massen wirke die Schwerkraft in y -Richtung.

- Stellen Sie zuerst die Lagrangefunktion in günstigen Koordinaten auf. Wieviele Koordinaten braucht man zur Definition der Lagrangefunktion?
- Gibt es in Ihrer Formulierung der Lagrange-Funktion eine zyklische Koordinate? Wie lautet die zugehörige Erhaltungsgröße? Wenn Sie keine zyklische Koordinate finden, versuchen Sie es doch mit „günstigeren“ Koordinaten.
- Stellen Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen auf.
- Wählen Sie als Anfangsbedingungen $x_1(0) = 0$, $\dot{x}_1(0) = 0$, $\phi(0) = \phi_0$ und $\dot{\phi}(0) = 0$ und lösen Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen. Nähern Sie dabei $\cos(\phi) \approx 1$ und $\sin(\phi) \approx \phi$.
- Welche Kurven beschreiben die Massen m_1 und m_2 ?