Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Theoretische Physik I WS 2009/2010	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de

Aufgabenblatt 3

3.1 Schräger Wurf

a. Ein Junge wirft einen Ball im Winkel von 30^o mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 20 m/s schräg nach oben? Welche Höhe erreicht der Ball und wie weit fliegt er? Nehmen Sie dazu an, dass das Erdsystem in diesem Fall mit guter Näherung als Inertialsystem betrachtet werden kann und die Bewegung reibungsfrei erfolgt.

b. Unter welchem Winkel muss ein Körper abgeworfen werden, um bei gegebener Anfangsgeschwindigkeit die maximal mögliche Weite zu erreichen. Begründen Sie Ihre Antwort. Wie hängt die maximale Weite von der Geschwindigkeit ab?

c. Tiger Woods schlägt an Loch 7 im Artland Golfclub ($\psi = 52^o$) einen Golfball unter einem Winkel von 45^o mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 200 km/h gerade nach Norden. Der Ball soll reibungsfrei fliegen. Kann man in solch einem Fall die Corioliskraft vernachlässigen? Wie weit weicht der Aufschlagpunkt bei Berücksichtigung der Corioliskraft von dem ohne Corioliskraft ab? Wenn Sie keine analytische (Näherungs-) Lösung des Problems finden, können Sie die Bewegungsgleichungen auch mit Mathematica etc. aufintegrieren.

3.2 Senkrechter Wurf

Zwei Steine werden mit gleicher Anfangsgeschwindigkeit v_0 im zeitlichen Abstand t_0 im Schwerefeld der Erde nach oben geworfen.

a. Stellen Sie die Bewegungsgleichung unter der Annahme auf, dass es sich in diesem Fall um ein Inertialsystem handelt und integrieren Sie die Bewegungsgleichungen.

b. Nach welcher Zeit treffen sich beide Steine?

c. Wie groß sind dann ihre Geschwindigkeiten?

3.3 Foucault-Effekt

a. Die lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + w^2 x = 0 \tag{1}$$

hat mit den Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$ und $\dot{x}(0) = v_0$ die allgemeine Lösung

$$x(t) = v_0 G(t) + x_0 H(t), \tag{2}$$

wobei die Funktionen $G(t)$ und $H(t)$ wie folgt definiert sind:

$$\begin{aligned} G(t) &= \frac{e^{p_1 t} - e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} \\ H(t) &= \frac{p_1 e^{p_2 t} - p_2 e^{p_1 t}}{p_1 - p_2} \\ p_{1/2} &= -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega^2} \ . \end{aligned} \tag{3}$$

Zeigen Sie durch Einsetzen, dass die Funktion (2) Lösung der Differentialgleichung (1) ist. Nutzen Sie dabei aus, dass der entstandene (etwas längliche) Term aus vier linear unabhängigen Bestandteilen besteht, die getrennt verschwinden müssen.

b. Die Bewegung eines Foucault-Pendels geringer Amplitude läßt sich in der $x-y$-Ebene durch die folgende Differentialgleichung beschreiben

$$\ddot{z} + 2\ i\ \omega\ sin\psi\ \dot{z} + \omega_0^2\ z = 0\ , z = x + i\ y\ . \tag{4}$$

Dabei sind ω die Winkelgeschwindigkeit der Erddrehung, ψ die geographische Breite und $\omega_0 = \sqrt{g/l}$ die Kreisfrequenz der Pendelschwingung. Das Foucault-Pendel der Universität Osnabrück hat eine Pendellänge von $l = 19,5$ m. Die Stadt Osnabrück hat die Koordinaten $8^o 3' 2''$ östlicher Länge, $52^o 16' 28''$ nördlicher Breite.

Bestimmen Sie die Werte der notwendigen Konstanten, geben Sie die Bahnkurven an und stellen Sie diese mit Hilfe eines Computeralgebraprogramms (z.B. Mathematica) graphisch dar für die Anfangsbedingung (i) $x(0) = x_0 = 1$ m und $\dot{x}(0) = 0$ sowie (ii) $x(0) = 0$ und $\dot{x}(0) = v_0 = 0,7$ m/s. Die Anfangswerte der jeweiligen y-Komponenten seien Null.