

## Aufgabenblatt 1

### 1.1 Bewegung im Schwerfeld der Erde

Betrachten Sie die Bewegungsgleichung

$$\ddot{\vec{r}} = \vec{g} \quad (1)$$

eines Teilchens im Schwerfeld der Erde nahe der Erdoberfläche. Im kartesischen Koordinatensystem weise die  $z$ -Achse nach oben, d.h.  $\vec{g} = (0, 0, -g)$ .

- Wie lautet das allgemeine Orts-Zeit-Gesetz  $\vec{r}(t)$ , wenn das Teilchen zur Zeit  $t = 0$  im Koordinatenursprung mit der Anfangsgeschwindigkeit  $\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$  startet?
- Zeigen Sie, dass die Bewegung in einer festen Ebene erfolgt.
- Welche Richtung hat die Flächennormale der Bahnebene?

### 1.2 Koordinatentransformationen

- Wie lassen sich Kugelkoordinaten mit Hilfe von kartesischen Koordinaten darstellen?
- Wie lautet die Umkehrtransformation?
- Stellen Sie sich vor, ein Fahrzeug fährt auf der Erdoberfläche entlang des nullten Längengrades vom Nordpol zum Südpol mit konstanter Geschwindigkeit. Die Erde wird dabei als Kugel mit dem Radius  $R_E$  betrachtet. Wie kann man diese Bewegung in kartesischen Koordinaten und wie in Kugelkoordinaten darstellen?

### 1.3 Kinematik in krummlinigen Koordinaten

Ausgehend von kartesischen Koordinaten  $x, y, z$  seien die Koordinaten  $\chi, \psi, \phi$  wie folgt eingeführt ( $l > 0$ ):

$$\begin{aligned}x &= l \sin \psi \cosh \chi \cos \phi \\y &= l \sin \psi \cosh \chi \sin \phi \\z &= l \cos \psi \sinh \chi .\end{aligned}\tag{2}$$

- a. Was für Koordinatenflächen ergeben sich für  $\psi = \text{const}$ ,  $\chi = \text{const}$  und  $\phi = \text{const}$ ?
- b. Was für Koordinatenlinien ergeben sich für  $\psi, \chi = \text{const}$ ;  $\psi, \phi = \text{const}$ ;  $\phi, \chi = \text{const}$ ?  
Nutzen Sie zum Beispiel Mathematica, um sich die Koordinatenlinien anzusehen.
- c. Man berechne die Basisvektoren  $\vec{e}_\chi$ ,  $\vec{e}_\psi$ ,  $\vec{e}_\phi$  und prüfe auf Orthogonalität.
- d. **Zusatzaufgabe:** Man berechne die Geschwindigkeitskoordinaten  $v_\chi$ ,  $v_\psi$  und  $v_\phi$ .
- e. **Zusatzaufgabe:** Man gebe die Umkehrtransformation zu (2) an.