

Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Theoretische Physik I WS 2009/2010	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
--	---------------------------------------	---

Name, Vorname:
Matrikelnummer:

1 Wissen

1.1 Mechanik (20 P., 14')

- Wie lauten die Newtonschen Axiome (6 P.)?
- Wie lauten die Euler-Lagrange-Gleichungen zweiter Art, d.h. für konservative Systeme (1 P.)?
- Wie kann man im Lagrange-Formalismus Reibungskräfte berücksichtigen (1 P.)?
- Wie lauten die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen (2 P.)?
- Geben Sie die Lagrange-Funktion und die Hamilton-Funktion sowie die zugehörigen Bewegungsgleichungen für den freien Fall im homogenen Schwerfeld an. Wie lautet das zugehörige Orts-Zeit-Gesetz (5 P.)?
- Was ist eine zyklische Koordinate? Geben Sie die Lagrange-Funktion eines Zweikörpersystems im drei-dimensionalen Raum an, bei dem die beiden Körper durch eine Feder miteinander verbunden sind. Wieviele zyklische Koordinaten gibt es? Gibt es noch weitere Erhaltungsgrößen (5 P.)?

1.2 Elektrodynamik (25 P., 14')

- Geben Sie die vier Maxwell-Gleichungen an (4 P.).
- Wie lautet die Kontinuitätsgleichung? Welche Erhaltungsgröße liegt ihr zugrunde (3 P.)?
- Wie hängen $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und $\vec{B}(\vec{r}, t)$ vom Vektorpotential \vec{A} und vom skalaren Potential ϕ ab? Eichtransformationen sind Transformationen von \vec{A} und ϕ unter denen sich \vec{E} und \vec{B} nicht ändern. Die magnetische Induktion \vec{B} bleibt offensichtlich erhalten, wenn man zum Vektorpotential den Gradienten eines skalaren Feldes $\chi(\vec{r}, t)$ hinzufügt. Wie muß gleichzeitig das skalare Potential transformiert werden, damit auch \vec{E} invariant bleibt (8 P.)?
- Wie lauten das elektrostatische Potential sowie die Feldstärke eines elektrischen Dipols im Fernfeld (5 P.)?
- Leiten Sie die Bewegungsgleichungen des freien elektromagnetischen Feldes aus den Maxwell-Gleichungen her (5 P.).

2 Können

2.1 Massen an einer Rolle (10 P., 10')

Zwei Massen m_1 und m_2 ($m_1 < m_2$), die über einen Faden der Länge L miteinander verbunden sind und auf den beiden Seiten einer Rolle herabhängen, seien der Schwerkraft ausgesetzt.

- Wie lauten die Bewegungsgleichungen für m_1 und m_2 (3 P.)?
- Berechnen Sie die Beschleunigungen der beiden Massen als Funktion von m_1 und m_2 (3 P.).
- Wie groß ist die Fadenspannung (4 P.)?

2.2 Auftrieb, Gaußscher Satz (10 P., 4')

Ein starrer Körper sei in einer inkompressiblen Flüssigkeit ganz oder teilweise untergetaucht. Mit Ω werde der untergetauchte Bereich (bzw. der Bereich der verdrängten Flüssigkeit) und mit $\partial\Omega$ die umschließende Oberfläche bezeichnet. Die Flüssigkeit hat die konstante Dichte ρ , und infolge der Schwerkraft herrscht in ihr der hydrostatische Druck

$$p_h = -\rho g x \quad (1)$$

mit $-x$ als Eintauchtiefe. Demzufolge wirkt auf ein Flächenelement $d\vec{A}$ des eingetauchten Körpers die Auftriebskraft

$$-\vec{e}_x \cdot p_h d\vec{A} \quad (2)$$

und insgesamt der Auftrieb

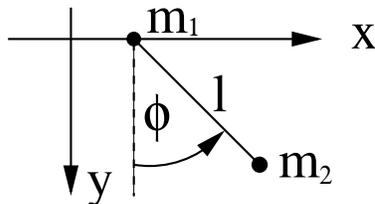
$$F_{\text{Auftrieb}} = - \int_{\partial\Omega} \vec{e}_x \cdot p_h d\vec{A} . \quad (3)$$

Man beweise, daß

$$F_{\text{Auftrieb}} = Mg \quad (4)$$

mit M als Gesamtmasse der verdrängten Flüssigkeit.

2.3 Schwingende Hantel (20 P., 29')



Eine Hantel bestehe aus den beiden Massen m_1 und m_2 im Abstand l . Die Masse m_1 der Hantel kann sich reibungsfrei entlang einer horizontalen Geraden bewegen. Auf beide Massen wirke die Schwerkraft in y -Richtung.

- Stellen Sie zuerst die Lagrangefunktion in günstigen Koordinaten auf. Wieviele Koordinaten braucht man zur Definition der Lagrangefunktion (4 P.)?
- Stellen Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen auf (4 P.).
- Gibt es in Ihrer Formulierung der Lagrange-Funktion eine zyklische Koordinate? Wie lautet die zugehörige Erhaltungsgröße? Wenn Sie keine zyklische Koordinate finden, versuchen Sie es doch mit „günstigeren“ Koordinaten (2 P.).
- Wählen Sie als Anfangsbedingungen $x_1(0) = 0$, $\dot{x}_1(0) = 0$, $\phi(0) = \phi_0$ und $\dot{\phi}(0) = 0$ und lösen Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen. Nähern Sie dabei $\cos(\phi) \approx 1$ und $\sin(\phi) \approx \phi$ (10 P.).

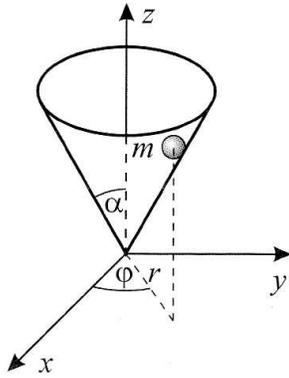
2.4 Potential einer Linienladung (15 P., 17')

Auf dem Abschnitt der z -Achse $-l \leq z \leq l$ sitze eine konstante Linienladungsdichte γ . Es seien ρ, ϕ, z die üblichen Zylinderkoordinaten. Man gebe die z -Koordinate und die ρ -Koordinate der elektrischen Feldstärke formelmäßig an.

Hinweis: Man schreibe die Integraldarstellung des elektrostatischen Potentials so um, daß die Koordinaten, nach denen zu differenzieren ist, in den Integrationsgrenzen stehen.

3 Weiterdenken

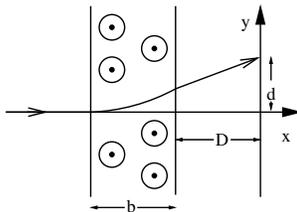
3.1 Teilchen in Kreiskegel (15 P., 14')



Eine Punktmasse m gleitet unter Einfluss der Schwerkraft reibungsfrei auf der Innenseite eines Kreiskegels (umgedrehte Schultüte).

- Stellen Sie die Lagrangefunktion in Zylinderkoordinaten auf. Nutzen die Zwangsbedingung zur Eliminierung der z -Koordinate (5 P.).
- Leiten Sie die Bewegungsgleichungen ab (2 P.).
- Es gibt zwei Erhaltungsgrößen in diesem Problem. Welche sind das (2 P.)?
- Wie lautet das Integral für $r(t)$ und wie das für $\phi(t)$ unter Verwendung der Erhaltungsgrößen (6 P.)?

3.2 Homogenes Magnetfeld (15 P., 12')



Ein Proton fliegt durch ein räumlich begrenztes homogenes Magnetfeld, welches in z -Richtung zeigt. Anschließend trifft das Proton auf einen Detektor.

- Wie lautet die Lorentz-Kraft allgemein (2 P.)?
- Welche Bahn beschreibt ein geladenes Teilchen im homogenen Magnetfeld, auf das nur die Lorentz-Kraft wirkt? Begründen Sie (3 P.)!
- In welchem Abstand d vom Ursprung trifft das Proton auf den Schirm? Stellen Sie die Formel auf. Gegeben seien B , b , D und $\vec{v} \parallel \vec{e}_z$ (7 P.).
- Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit das Teilchen auf dem Schirm registriert werden kann (3 P.)?

Es können 130 Punkte erreicht werden.

Noten

- $0 \leq P \leq 50 \Rightarrow 5.0$
- $51 \leq P \leq 55 \Rightarrow 4.0$
- $56 \leq P \leq 60 \Rightarrow 3.7$
- $61 \leq P \leq 70 \Rightarrow 3.3$
- $71 \leq P \leq 73 \Rightarrow 3.0$
- $74 \leq P \leq 76 \Rightarrow 2.7$
- $77 \leq P \leq 80 \Rightarrow 2.3$
- $81 \leq P \leq 85 \Rightarrow 2.0$
- $86 \leq P \leq 90 \Rightarrow 1.7$
- $91 \leq P \leq 95 \Rightarrow 1.3$
- $96 \leq P \leq \infty \Rightarrow 1.0$