Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Computerphysik SS 2009	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de

Aufgabenblatt 2

2.1 Monte-Carlo-Integration

a. Herr Sebastian Steppeler hat mich daran erinnert, dass man die Monte-Carlo-Integration natürlich auch anders ausführen kann. Dabei werden die Grenzen des Volumens und ein Extravolumen nicht benötigt. Das Verfahren funktioniert in einer Dimension wie folgt: Man würfelt einen x-Wert im betrachteten Intervall $[a, b]$ und berechnet an dieser Stelle den Funktionswert. Die Funktionswerte werden summiert, und die Summe wird mit dem Volumen pro Wurf gewichtet, d.h.

$$A \;\approx\; \frac{(b-a)}{N_{\text{ges}}} \sum_i f(x_i) \;. \tag{1}$$

Programmieren Sie dieses Verfahren für das in der Vorlesung behandelte Beispiel und vergleichen Sie beide Methoden.

b. Berechnen Sie π approximativ mittels Monte-Carlo-Integration eines Viertelkreises.

2.2 Foucault-Pendel

Die Bewegung eines Foucault-Pendels geringer Amplitude läßt sich in der $x-y$-Ebene durch die folgende Differentialgleichung beschreiben

$$\ddot{z} + 2\,i\,\omega\;\sin\psi\;\dot{z} + \omega_0^2\,z = 0\;, \quad z = x + i\,y\;. \tag{2}$$

Dabei sind ω die Winkelgeschwindigkeit der Erddrehung, ψ die geographische Breite und $\omega_0 = \sqrt{g/l}$ die Kreisfrequenz der harmonischen Pendelschwingung.
Das Foucault-Pendel, welches im Treppenhaus des Fachbereichs Physik der Universität Osnabrück aufgehängt ist, hat eine Pendellänge von $l = 19,5$ m. Die Stadt Osnabrück hat die Koordinaten $8^o 3' 2''$ östlicher Länge, $52^o 16' 28''$ nördlicher Breite.
Bestimmen Sie die Werte der notwendigen Konstanten, geben Sie die Bahnkurven an und stellen Sie diese mit Hilfe von Mathematica graphisch dar für die Anfangsbedingungen (i) $x(0) = x_0 = 1$ m und $\dot{x}(0) = 0$ sowie (ii) $x(0) = 0$ und $\dot{x}(0) = v_0 = 0,7$ m/s. Die Anfangswerte der jeweiligen y-Komponenten seien Null.

2.3 Zusatzaufgabe: Eindimensionale Bewegung mit Reibungskraft

Ein Körper bewege sich in einer Dimension unter dem Einfluß der Reibungskraft $f(v)$ nach folgender Bewegungsgleichung

$$m\,\dot{v} = f(v)\ , \qquad v = \dot{x} \geq 0\ . \tag{3}$$

Die Reibungskraft ist durch zwei Parameter charakterisiert, die Haftreibung H und den Reibungskoeffizienten γ. Sie hat die Form

$$f(v) = -H\left[1 + \left(\frac{\gamma\, v}{H}\right)^{n}\right]^{\frac{1}{n}}\ . \tag{4}$$

a. Man bestimme den Grenzwert von $f(v)$ für $v \to 0$ sowie das asymptotische Verhalten für $v \to \infty$.

b. Skizzieren Sie den Verlauf von $f(v)$ für $n = 2$ und $n \to \infty$.

c. Bestimmen Sie die Lösung $v(t)$ der Bewegungsgleichung für $n = 2$ numerisch. (Es geht im übrigen auch analytisch.)

d. Bestimmen Sie die Stoppzeit und stellen Sie diese als Funktion der Anfangsgeschwindigkeit graphisch dar. Verwenden Sie m, γ und H aus der letzten Teilaufgabe.

e. Bestimmen Sie die Wegstrecke, nach der ein Körper mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 zum Stehen kommt. Verwenden Sie m, γ und H aus der letzten Teilaufgabe.

f. Ein Mann ($m = 80$ kg, $H = 100$ N, $\gamma = 500$ kg/s) springt vom 10-Meter-Turm. Reicht die Beckentiefe von 3 Metern? Die Reibung in Luft kann vernachlässigt werden.