

Aufgabenblatt 6

6.1 Die Gruppe D_3

Wir betrachten die Gruppe D_3 der Drehungen und Spiegelungen eines gleichseitigen Dreiecks in der Ebene:

$$D_3 = \{e, a, a^2, b, ba, ba^2\} . \quad (1)$$

- Zeigen Sie, dass $H = \{e, a, a^2\}$ eine Untergruppe ist.
- Zeigen Sie, dass H abelsch ist.
- Zeigen Sie, dass H ein Normalteiler von G ist.
- Ist H das Zentrum von G ?

6.2 Die Gruppe $SU(2)$

Wir betrachten die Gruppe $SU(2)$ der unitären 2×2 -Matrizen mit Determinante 1.

- Ist die $SU(2)$ abelsch?
- Zeigen Sie, dass $H = \{\mathbb{1}, -\mathbb{1}\}$ das Zentrum der $SU(2)$ ist.
- Die Elemente der $SU(2)$ sind 2×2 -Matrizen, die sowohl unitär sind als auch Determinante 1 haben. Das sollte doch die Möglichkeiten stark einschränken! Zeigen Sie, dass man diese Matrizen mit vier reellen Parametern (sowie einer Nebenbedingung) darstellen kann.