

Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Symmetrien in der Physik WS 2008/2009	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
--	--	---

## Aufgabenblatt 4

### 4.1 Basen für Spinsysteme

Wir betrachten wechselwirkende quantenmechanische paramagnetische Momente mit Spinquantenzahl  $s$ . Die Wechselwirkung werde durch das Heisenberg-Modell beschrieben, d.h.

$$\tilde{H} = - \sum_{i,j} J_{ij} \vec{s}_i \cdot \vec{s}_j . \quad (1)$$

Eigenwerte und Eigenvektoren müssen jetzt in einer gewählten Darstellung berechnet werden. Im folgenden seien alle Spinquantenzahlen gleich, so dass wir sie in der Bezeichnung der Basiszustände weglassen können.

Die einfachste Basis ist die Produktbasis

$$\tilde{s}_i^z |m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_N\rangle = m_i |m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_N\rangle . \quad (2)$$

Diese Basis kann äquivalent durch Quantenzahlen  $a_i = s - m_i$  codiert werden, dann gilt

$$\tilde{s}_i^z |a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_N\rangle = a_i |a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_N\rangle . \quad (3)$$

Die  $a_i$  laufen dabei von 0 bis  $2s$ .

Im weiteren sei  $N = 6$  und  $s = 1/2$ .

- Erzeugen Sie mit einem Mathematica-Script die gesamte Produktbasis.
- Da  $\tilde{S}^z$  mit  $\tilde{H}$  vertauscht, ist es günstiger in Unterräumen zu festem  $M$ , also in  $\mathcal{H}(M)$  zu arbeiten. Schreiben Sie deshalb in einem zweiten Schritt ein Mathematica-Script, das die gesamte Basis entsprechend  $M$  sortiert. In der Codierung korrespondiert  $M$  zu  $a = Ns - M$ .
- Zusatzaufgabe:** Nehmen Sie an, dass es sich bei dem Spinsystem um einen Ring mit Translationssymmetrie handele. Die Spins des Rings seien durchnummeriert. Sortieren Sie jetzt noch in jedem Unterraum  $\mathcal{H}(M)$  die Zustände entsprechend ihrer Zugehörigkeit zu Zyklen.
- Wenn Sie das Mathematica-Notebook schön allgemein geschrieben haben, können Sie jetzt am Anfang einfach  $N$  und  $s$  ändern und es z.B. für  $N = 8$  und  $s = 1$  durchlaufen lassen. Na, geht's?

P.S.: Die variable  $N$  dürfen Sie in Mathematica nicht benutzen, da sie ein Befehl ist (siehe Hilfe).