

Universität Bielefeld Fakultät für Physik	Symmetrien in der Physik WS 2008/2009	Prof. Dr. Jürgen Schnack jschnack@uni-bielefeld.de
--	--	---

Aufgabenblatt 3

3.1 Spinkopplung

- Es sollen drei Spins $s = 2$ gekoppelt werden. Welche Gesamtspins kann ich erreichen und wie oft treten diese auf (Entartung)? Prüfen Sie die Dimension des Hilbertraumes.
- Zwei Spins $s = 1$ sollen gekoppelt werden. Berechnen Sie die Clebsch-Gordan-Koeffizienten für die Zustände mit Gesamtspin $S = 2$.
- Zusatzaufgabe:** Berechnen Sie die restlichen Clebsch-Gordan-Koeffizienten.

3.2 Spindimer

Wir betrachten 2 wechselwirkende quantenmechanische paramagnetische Momente mit Spinquantenzahl s . Die Wechselwirkung werde durch das Heisenberg-Modell beschrieben, d.h.

$$\tilde{H} = -\frac{2J}{\hbar^2} \vec{s}(1) \cdot \vec{s}(2) . \quad (1)$$

Dabei sei $J/k = -10$ K die antiferromagnetische Kopplung und $g\mu_B/k = 1.3434$ Tesla/K.

- Wie lauten die Energieeigenwerte des Hamiltonoperators für beliebige Spinquantenzahlen $s_1 = s_2 = s$?
- Wie lauten die Eigenzustände von \tilde{H} im Falle $s_1 = s_2 = 1/2$ dargestellt in der Eigenbasis zu $\tilde{s}_z(1)$ und $\tilde{s}_z(2)$?
- Welche Operatoren vertauschen mit \tilde{H} und untereinander, d. h. bilden einen Satz kommutierender Observabler?
- Berechnen Sie die Magnetisierung

$$\mathcal{M}(T, B) = \langle \langle -\frac{g\mu_B}{\hbar} \tilde{S}_z \rangle \rangle . \quad (2)$$

im homogenen Magnetfeld \vec{B} für den Fall $s_1 = s_2 = 1/2$. Dabei ist \tilde{S}_z die z -Komponente des Gesamtspins. Beachten Sie, daß Sie den Zeeman-Term

$$\tilde{H}_{\text{Zeeman}} = +\frac{g\mu_B}{\hbar} \vec{B} \tilde{S}_z . \quad (3)$$

zum Heisenberg-Hamiltonoperator hinzunehmen müssen.

- e. Stellen Sie $\frac{\mathcal{M}(T,B)}{g\mu_B}$ als Funktion von B für $T = 0$, $T = 1$ K und $T = 10$ K im Bereich von $B = 0, \dots, 50$ Tesla graphisch dar. Hier können Sie endlich mal richtige Einheiten verwenden! Interpretieren Sie das Ergebnis. Stellen Sie zu diesem Zweck die Energieniveaus als Funktion des Magnetfeldes dar.
- f. Berechnen Sie, evtl. mit Mathematica o. ä., die Entropie $S(T, B)$ des Dimers im homogenen Magnetfeld \vec{B} . Stellen Sie einige Isentropen graphisch dar.