

Aufgabenblatt 10

10.1 Freie Energie

Zeigen Sie, dass

$$F = -k_B T \ln(Z) , \quad (1)$$

wenn

$$\tilde{R} = \frac{1}{Z} \exp \left\{ -\beta \tilde{H} \right\} \quad (2)$$

und

$$U = \text{Sp} \left(\tilde{H} \tilde{R} \right) . \quad (3)$$

10.2 Zwei identische Teilchen im Kastenpotential

Zwei identische Teilchen befinden sich in einem eindimensionalen Kastenpotential mit unendlich hohen Potentialwänden

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x \leq L \\ \infty & \text{sonst} \end{cases} . \quad (4)$$

- Wie lauten die Energieeigenwerte und die Eigenfunktionen (Ortsdarstellung) für ein Teilchen im Kastenpotential?
- Formulieren Sie den Hamiltonoperator des Zweiteilchensystems. Warum separieren die Eigenfunktionen in einen Orts- und einen Spinanteil?
- Bei den beiden Teilchen handele es sich um Fermionen mit Spin $s = 1/2$. Welche Symmetrie muß der Ortsanteil der Eigenfunktion haben, wenn der Spinanteil durch $S = 1$ beschrieben wird und welche Symmetrie muß der Ortsanteil der Eigenfunktion haben, wenn der Spinanteil durch $S = 0$ beschrieben wird? Berechnen Sie für beide Fälle die möglichen Energieeigenwerte und Eigenfunktionen.
- Bei den beiden Teilchen handele es sich um Bosonen mit Spin $s = 1$. Welche Symmetrie muß der Ortsanteil der Eigenfunktion haben, wenn der Spinanteil durch $S = 2, M = 2$ beschrieben wird? Berechnen Sie für beide Fälle die möglichen Energieeigenwerte und Eigenfunktionen.