Universität Bielefeld	Theoretische Physik III	Prof. Dr. Jürgen Schnack
Fakultät für Physik	WS 2007/2008	jschnack@uni-bielefeld.de

Aufgabenblatt 3

3.1 Ableitungen von C_V und C_p

a. Zeigen Sie, dass C_V und C_p wie folgt geschrieben werden können

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}\right)_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \tag{1}$$

$$C_p = \left(\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}\right)_p = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p \ . \tag{2}$$

b. Zeigen Sie, dass für die Ableitungen gilt

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_V \tag{3}$$

$$\left(\frac{\partial C_p}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_p \ . \tag{4}$$

Nutzen Sie dabei z.B.

$$\left(\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p\right)_T = \left(\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T\right)_p \ . \tag{5}$$

3.2 Relationen partieller Ableitungen

Wir nehmen an, dass die beteiligten Funktionen „hinreichend gutartig“ seien.

a. Zeigen Sie, dass

$$\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y = \frac{1}{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y} \ . \tag{6}$$

b. Zeigen Sie, dass

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1 \ . \tag{7}$$

Sie können beide Aussagen in einem Schritt herleiten. Fassen Sie dazu zuerst x als Funktion von y und z auf und schreiben Sie das totale Differential hin. Fassen Sie dann z als Funktion von x und y auf und schreiben Sie das totale Differential hin. Setzen Sie dieses in das erste ein. Jetzt sind sie fast schon fertig.

3.3 Adiabatische Entmagnetisierung und Magnetostriktion

a. Magnetische Materialien ändern bei adiabatischen Änderungen der magnetischen Induktion B (oft salopp Magnetfeld genannt) ihre Temperatur. Solche Prozesse können zum Erreichen tiefster Temperaturen genutzt werden oder aber für einen Carnot-Prozeß nutzbar gemacht werden, der einen magnetischen Kühlschrank ermöglicht.

   Stellen Sie die adiabatische Kühlrate

$$\left(\frac{\partial T}{\partial B}\right)_S \tag{8}$$

   als Funktion von T, C_B und $\left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)_T$ dar. Gehen Sie bei Ihrer Herleitung davon aus, dass die Entropie $S = S(T, B)$ eine Funktion von T und B ist. C_B sei die Wärmekapazität bei konstanten äußeren Feld. Die magnetische Arbeit ist $\delta W = B\mathrm{d}M$.

b. Magnetische Materialien können sich im äußeren Magnetfeld B verformen und dabei zum Beispiel ihr Volumen ändern. Die entscheidende Größe

$$\left(\frac{\partial V}{\partial B}\right)_p \tag{9}$$

   ist nicht ganz einfach zu messen, deshalb macht man sich eine Maxwell-Relation zu eigen und mißt einfach etwas anderes. Was könnte das sein?

   Gehen Sie bei Ihren Überlegungen von folgendem totalen Differential aus

$$\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V + B\mathrm{d}M \; . \tag{10}$$

   Dabei ist M die Magnetisierung (das magnetische Moment) der Probe. Transformieren Sie $U(S, V, M)$ auf ein thermodynamisches Potential $G(T, p, B)$. Schreiben Sie das totale Differential und die Maxwell-Relationen hin. Eine hilft Ihnen.