

Universität Osnabrück Fachbereich Physik	Theoretische Physik 2 QM, stat. TD	apl. Prof. Dr. Jürgen Schnack Dipl.-Phys. Felix Homann
---	---------------------------------------	---

## Aufgabenblatt 11

### 11.1 Ritzsches Variationsverfahren

$|\phi\rangle$  sei ein normierbarer Zustand und  $\tilde{H}$  ein Hamiltonoperator, dessen kleinster Eigenwert  $E_0$  laute.

- a. Zeigen Sie, daß

$$\frac{\langle \phi | \tilde{H} | \phi \rangle}{\langle \phi | \phi \rangle} \geq E_0 \quad (1)$$

für beliebige Zustände  $|\phi\rangle$  des Hilbertraumes gilt. Nehmen Sie für Ihren Beweis an, daß Sie die Eigenzustände und Eigenvektoren von  $\tilde{H}$  kennen.

- b. Berechnen Sie die approximative Grundzustandsenergie sowie den approximativen Grundzustand für das Wasserstoffatom mit

$$\langle \vec{x} | \phi \rangle = \exp \left\{ -\frac{\vec{x}^2}{2\alpha} \right\} \quad (2)$$

als Testwellenfunktion.

### 11.2 Zeitunabhängige Störungstheorie: Darwin-Term

Bei einer relativistischen Betrachtung der Elektronenbewegung im elektromagnetischen Feld erhält man Zusatzterme zum nichtrelativistischen Hamiltonoperator des Wasserstoffatoms. Einer dieser Zusatzterme ist der Darwin-Term, der als erste relativistische Korrektur zur potentiellen Energie des Elektrons aufgefaßt werden kann. Er lautet in Ortsdarstellung

$$V_D = -\frac{e\hbar^2}{8m_e^2c^2}\Delta\phi(\vec{x}) . \quad (3)$$

Dabei wirkt der Laplace-Operator auf das elektrostatische Potential  $\phi(\vec{x})$ .

Berechnen Sie in erster Ordnung Störungstheorie den Einfluß des Darwin-Terms auf die Grundzustandsenergie des Elektrons im Wasserstoffatom.